



北京大学

本科生毕业论文

题目： S3KS-S2KS 到时差的
自动化测量与质量控制
及地幔不均匀性的影响

姓名： 纪晴
学号： 1600012458
院系： 地球与空间科学学院
专业： 地球物理学
导师姓名： 赵里 教授

二〇二〇年六月

版权声明

任何收存和保管本论文各种版本的单位和个人，未经本论文作者同意，不得将本论文转借他人，亦不得随意复制、抄录、拍照或以任何方式传播。否则，引起有碍作者著作权之问题，将可能承担法律责任。

摘要

外核顶部的低速结构可以通过 S3KS-S2KS 到时差结合地震学方法进行研究, 其中到时差的测量、地幔不均匀性的影响以及反演方法是主要关注的三个方向。本工作针对前两个环节进行深入研究。我们首先实现了自动化的 S3KS-S2KS 到时差测量与质量控制。我们选取了四个用于量化波形质量的指标, 并且根据经验设定的阈值对 S3KS-S2KS 到时差测量结果的质量进行检验。这些指标能够有效获取高质量的测量结果, 进而减少质量控制环节的人力劳动。通过分析来自于 2000-2019 年地震事件的 S3KS-S2KS 到时差数据, 在 120° - 140° 震中距范围内, 我们发现经有限频校正的到时差残差为正值, 且约在 0.5 s 以内, 同时没有显著的时间和空间依赖性, 一定程度表明外核的横向均匀性。为利用敏感核与理论地震图探究地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响, 我们针对基于谱元法的软件 AxiSEM 和 AxiSEM3D 进行基准测试, 结果显示它们可以有效用于计算 S2KS 和 S3KS 震相的波形。结合 S3KS-S2KS 到时差敏感核, 从统计平均的角度, 我们认为广泛选取全球分布的射线路径可以降低地幔不均匀性对到时差测量结果的影响。为进一步定量分析, 我们使用 AxiSEM3D 对苏门答腊和斐济地震事件进行模拟实验, 结果表明地幔校正的贡献相对较小, 有限频校正是更加主要的部分, 但是它们都无法充分解释观测到的 S3KS-S2KS 到时差残差, 说明外核顶部的低速结构是导致残差的重要因素。不过, 对于在 LLSVP 所在区域附近的地震事件, 当震中距较大时地幔校正呈现出较为明显的正值, 说明对于 S3KS-S2KS 到时差进行合理的校正, 应是外核顶部速度结构研究的必要分析环节。

关键词: S3KS-S2KS 到时差, 质量控制, AxiSEM, 有限频敏感核, 地幔校正

Automatic measurement and quality control of S3KS-S2KS differential traveltimes and the influence of mantle heterogeneity

Qing Ji (Geophysics)

Directed by Professor Li Zhao

ABSTRACT

The low velocity structure of the topmost outer core can be investigated based on S3KS-S2KS differential traveltimes with seismological methods. The measurement of differential traveltimes, the influence of mantle heterogeneity and the inversion methods are three main aspects of the study of the topmost outer core. This work focuses on the first two aspects. We propose an automatic process line for the measurement and quality control of S3KS-S2KS differential traveltimes. Four indices are chosen to quantify the quality of waveforms, and we empirically set the thresholds for these four indices to filter out bad measurements. We successfully obtain S3KS-S2KS differential traveltimes with high quality, and our automatic process line can greatly reduce human inspections involved in the quality control step. By analyzing data from events during 2000 to 2019, in the epicentral distance range of 120° - 140° , the residuals after finite-frequency corrections are positive and within 0.5 s. The residuals do not reveal obvious temporal and spatial dependences, which indicates that the outer core is laterally homogeneous. To study the influence of mantle heterogeneity based on the finite-frequency kernel and synthetic seismograms, we present the benchmark solutions for AxiSEM and AxiSEM3D, two softwares based on the spectral element method to compute seismic wavefields. We prove that they are suitable for computing S2KS and S3KS waveforms. According to the complex pattern shown by the finite-frequency kernel for S3KS-S2KS differential traveltimes, we conclude that the mean property of the dataset with globally distributed path coverage is less likely to be affected by the mantle structure. In order to analyze it in a more quantitative manner, we perform simulations for Sumatra and Fiji events with AxiSEM3D. Our results show that mantle corrections are small and finite-frequency corrections are relatively more important, but neither of them can fully explain the observed residuals, which concludes that the low velocity structure of the topmost outer core majorly contributes to the positive residuals. Nevertheless, for events that are close to LLSVP, the mantle correction tends to be positive for relatively large epicentral distances, which

emphasizes the necessity for detailed and reasonable analyses and corrections for the dataset when studying the velocity structure of the topmost outer core.

KEY WORDS: S3KS-S2KS differential traveltime, Quality control, AxiSEM, Finite-frequency sensitivity kernel, Mantle correction

目录

第一章 引言.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 外核顶部的分层.....	2
1.2.1 地震学研究.....	3
1.2.2 地磁学研究.....	7
1.2.3 外核顶部分层的起源.....	8
1.3 研究目标.....	10
第二章 S3KS-S2KS 到时差数据.....	11
2.1 历史工作.....	11
2.2 数据测量及质量控制.....	12
2.2.1 数据来源及预处理.....	12
2.2.2 数据测量.....	12
2.2.3 质量控制.....	13
2.3 数据分析.....	14
2.4 总结.....	21
第三章 谱元法计算理论地震图.....	22
3.1 引言.....	22
3.2 谱元法简介.....	23
3.2.1 谱元法基本原理：一维问题举例.....	23
3.2.2 非弹性介质中地震波的传播.....	27
3.3 SPECFEM3D：三维地球模型中求解波动方程.....	32
3.4 AxiSEM：轴对称地球模型中求解波动方程.....	33
3.5 AxiSEM3D：全球尺度波场模拟的高效计算.....	37
3.6 总结.....	40
第四章 伴随波场法计算敏感核.....	41
4.1 引言.....	41
4.2 波形敏感核.....	42
4.3 任意观测量的敏感核.....	46
4.4 互相关到时的敏感核.....	48
4.5 MC Kernel 简介.....	49

第五章 地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响	52
5.1 S3KS-S2KS 到时差敏感核	52
5.2 结合理论地震图研究地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响	54
第六章 总结与展望	58
参考文献	60
附录 A 2000-2019 年地震事件列表	68
致谢	73
北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明	75

第一章 引言

1.1 研究背景

地球的液态外核是地球内部重要的一个圈层结构，其下的内核边界（ICB）将液态外核与固态内核分隔，而其上的核幔边界（CMB）则将地核与地幔分隔，二者的半径分别约为 1225 km 和 3485 km（Masters and Shearer 1990）。外核与地磁发电机的起源、核幔之间的能量和物质交换等问题息息相关，地震学研究能够为外核的相关物理性质提供重要的约束，从而使我们更好地认识外核的组分和状态（Hirose et al. 2013）。

与固态内核相似，外核主要由 Fe（~85%）和 Ni（~6%）这两种金属元素组成，同时也拥有像 O、S、Si 等重要的轻元素（e.g., Birch 1952, Poirier 1994, Li and Fei 2014）。由于其内部存在着强烈的热对流与物质对流（Fearn and Loper 1981），因此普遍认为外核整体是处于均匀混合的状态（Stevenson 1987）。不过，越来越多的地震学研究指出，外核顶部存在一个低速层（e.g., Hales and Roberts 1971, Lay and Young 1990, Souriau and Poupinet 1991, Garnero et al. 1993, Tanaka and Hamaguchi 1993, Tanaka 2004, 2007, Eaton and Kendall 2006, Helffrich and Kaneshima 2010, Kaneshima and Matsuzawa 2015, Tang et al. 2015, Kaneshima 2018），然而对该低速层的厚度以及 P 波波速相对于 PREM 模型（Dziewonski and Anderson 1981）的变化幅度，目前仍存在一定的争议。此外，也有研究认为外核 PREM 模型是对外核顶部 200 km 内的速度结构的最好描述，即外核顶部并没有分层结构（Alexandrakis and Eaton 2010）。Irving et al. (2018) 基于地球自由振荡的本征频率，给出了新的外核 P 波波速和密度的一维模型 EPOC（Elastic Parameters of the Outer Core seismic model）。尽管该模型在外核顶部的 P 波波速要低于 PREM，但是模型在整个外核是光滑、连续的，即认为不必引入一个“异常的”低速层就可以解释体波的走时数据。由此可见，外核顶部的精细结构仍等待更进一步的探索。

穿过外核顶部的 SmKS ($m \geq 1$) 震相，是利用地震学方法研究该区域波速结构的重要切入点。SmKS 在地幔中以 S 波形式传播，在 CMB 处转换为 P 波进入外核。经过在 CMB 底部的 $m-1$ 次反射后，SmKS 重新转换为 S 波进入地幔，图 1.1 (a) 举例展示 SmKS 的射线路径。图 1.1 (b) 给出部分 SmKS 震相的回折点相对 CMB 的深度，在外核内部反射次数越多，回折点距离 CMB 越近，震相对外核顶部的速度结构越敏感，但是其振幅也越小，在波形记录上也更加难以识别。如何在波形记录中提取高质量 SmKS 到时数据，对于外核顶部的研究是一个值得关注的问题。此外，SmKS 还会受到地幔的 S 波速度结构的影响。由于地幔的三维波速结构（e.g. Garnero et al. 2016），SmKS 的绝对走时会发生明显的变化。图 1.1 (a) 说明，除 SKS 之外，相邻震相（如 SKKS 和

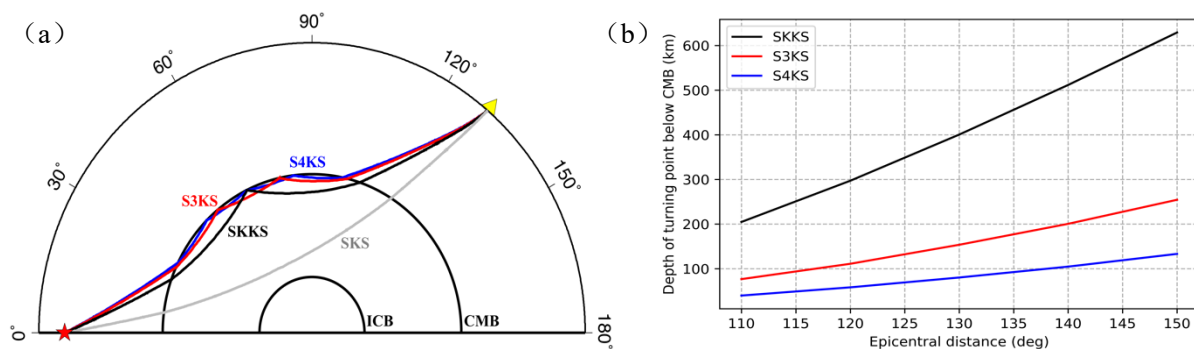


图 1.1 SmKS 震相。(a) 震源深度为 600 km，震中距为 130° 情形下 SmKS ($m=1,2,3,4$) 的射线路径。红色五角星代表震源，黄色三角代表台站。(b) SmKS ($m=2,3,4$) 的回折点 (turning point) 相对 CMB 的深度随震中距的变化。

S3KS) 在地幔中的射线路径差别很小，研究中经常测量 SmKS 和 S(m-1)KS ($m \geq 2$) 的到时差，以消除震源效应及地幔结构带来的干扰。然而，相邻震相仍然是在地幔中走过了不同的路径，尤其是在下地幔底部的 D'' 不均匀区域中 (e.g., Lay and Helmberger 1983)，从而增加到时差测量的偏差和不确定性 (Garnero and Helmberger 1995, Sylvander and Souriau 1996)。图 1.2 给出部分三维地幔模型在下地幔底部的剖面，从中可以看到太平洋和非洲下方存在两个明显的低速区，即 LLSVP (Large Low Shear-Velocity Province, e.g., Masters et al. 1996, McNamara 2019)。因此，地幔的三维波速结构对外核顶部研究的影响，同样是一个需要谨慎分析的问题。

1.2 外核顶部的分层

对于外核顶部分层结构的研究，大体分为如下两个方向：其一，从观测的角度，通过反演数据寻找拟合程度最好的模型；其二，从演化的角度，对地球内部的物理过程进行模拟，考察是否能够产生一个分层的结构。地震学和地磁学的研究主要通过观测对

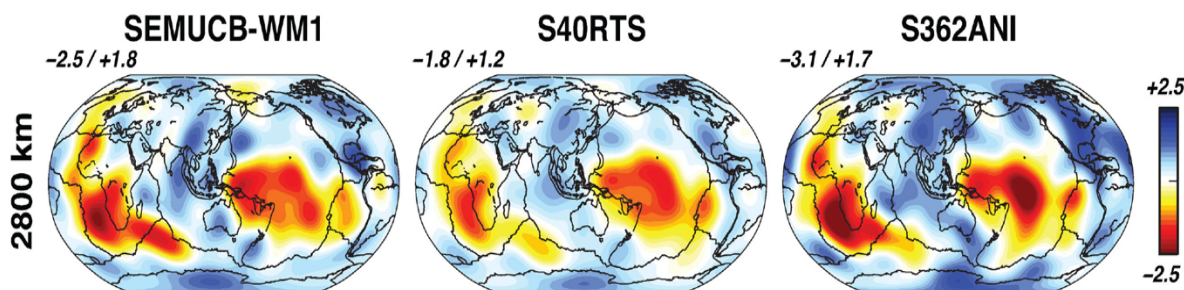


图 1.2 部分三维地幔 S 波波速模型在 2800 km 深度 (下地幔底部) 的剖面，图片截取自 French and Romanowicz (2014) 的图 10。从左至右依次为 SEMUCB-WM1 (French and Romanowicz 2014)、S40RTS (Ritsema et al. 2011) 和 S362ANI (Kustowski et al. 2008) 模型，背景颜色代表 S 波波速相对 PREM 的偏离程度，每个模型的左上角列出了最大的偏离幅度。图中可以明显看到位于太平洋和非洲下方的两个低速异常区域。

外核的物理参数提供约束，而地球动力学的研究则更侧重于回答外核顶部的分层如何形成、或外核为何不能形成这样分层的结构。

1.2.1 地震学研究

地震学研究关注于外核顶部的 P 波波速结构。Hales and Roberts (1971) 利用 SKKS-SKS 到时差数据，通过 Herglotz-Wiechert 反演发现了外核顶部存在异常的低速区。Lay and Young (1990) 利用 SKKS-SKS、ScS-SKS、S-SKS 三种类型的到时差数据，考虑地幔底部 D'' 区域不均匀性的影响，通过反射系数法 (Fuchs and Muller 1971) 计算合成地震图和理论到时差，寻找拟合程度最佳的模型。他们认为外核顶部存在一个厚度约为 100 km 的低速层，其 P 波波速的径向变化率为常数，波速在 CMB 处的偏离程度最大，比 PREM 低约 2%。在该模型下，上述三种类型的到时差数据均获得了更好的拟合，证明外核顶部的波速结构是可以通过地震学手段进行细致观测的。Souriau and Poupinet (1991) 给出了相似的结果，同时值得关注的是，他们发现 SKKS-SKS 到时差存在着地理区域相关性，但 S3KS-SKKS 到时差则不呈现出明显的关联，说明选取地幔中射线路径相近的震相进行到时差分析，可以一定程度降低地幔不均匀性带来的影响。一般而言，对于外核顶部的研究，地震学多选取 SmKS ($m \geq 2$) 震相进行分析。在到时差的测量中，还有一个需要关注的问题是：每经过一次在 CMB 处的反射，就会在震相中引入 $\pi/2$ 的相位移动 (Choy and Richards 1975, Choy 1977)。Garnero et al. (1993) 首先详细记录了利用希尔伯特变换校正相位移动的过程，增强了结果的可靠性。相位校正也成为后续工作中的常规数据处理操作。与 Lay and Young (1990) 相似，他们同样给出了一个线性模型，认为低速层在外核顶部 50 km 的区域，P 波波速在 CMB 处偏离 PREM 达到最大值 1.5%。图 1.3 (a) 展示了部分代表性工作得到的外核顶部 P 波波速结构，其中也列举了三个全球一维模型作为参考。

在上述研究中，到时差数据都是通过对单个台站的地震图进行测量而获得的。着宽频带地震台网的出现，Tanaka (2004) 利用波形叠加技术增强 SmKS 震相的振幅，通过速度谱分析 (vespagram) 测量到时差，以降低其不确定性，同时结合全波方法计算合成地震图 (Choy 1977b) 与观测数据进行比较。图 1.3 (b) 展示了其中一个台网的位移波形数据，沿震中距排列能够更清晰地找到 SmKS 震相。另外，他利用射线理论分析地幔底部不均匀性对 S3KS-SKKS 到时差的影响，即考虑地幔校正：在三维地幔模型中，沿 PREM 给出的射线路径对地幔中 S 波速度的扰动进行数值积分。这样的定量地幔校正结果表明：仅仅利用地幔的不均匀性无法充分解释 S3KS-SKKS 到时差数据，剩余的残差就需要由外核顶部的低速层来贡献。最终他得到的速度模型与 Garnero et al. (1993) 相近。关于外核顶部精细结构的地震学研究逐步进入到一个新的阶段，在数据测量和地幔校正两个方面都得到丰富的发展。

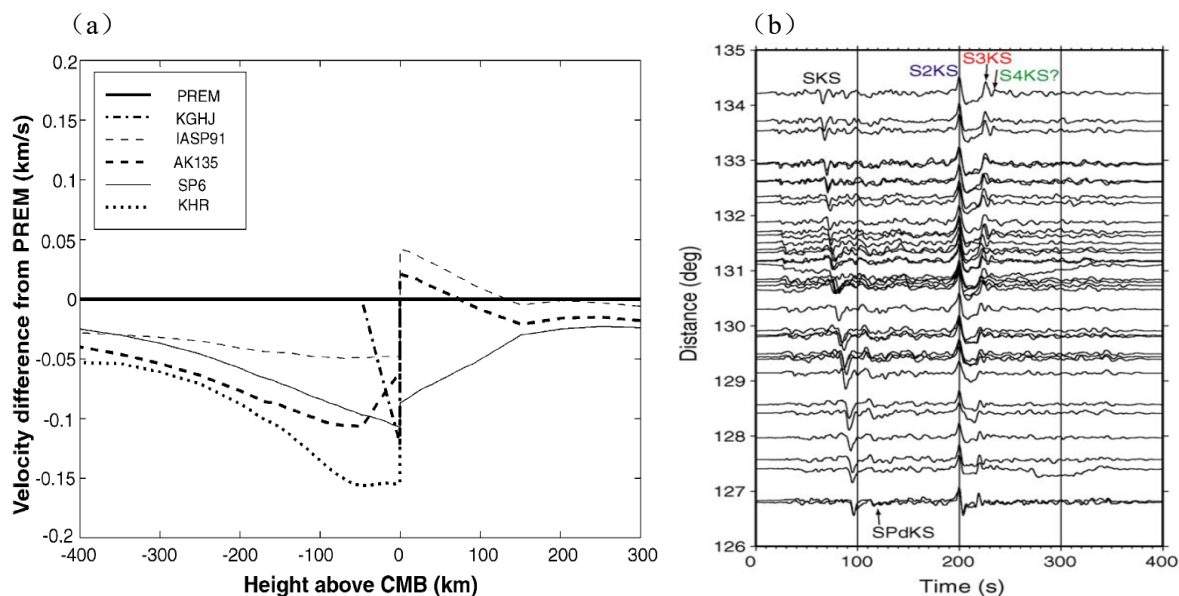


图 1.3 (a) 不同模型相对 PREM 在 CMB 附近的波速，其中 CMB 下方绘制的是 P 波波速，上方是 S 波波速，图片截取自 Eaton and Kendall (2006) 的图 1。在这些模型中，IASP91 (Kennett and Engdahl 1991)、AK135 (Kennett et al. 1995) 和 SP6 (Dziewonski and Anderson 1981) 是三个全球一维模型，KGHJ (Garnero et al. 1993) 和 KHR (Hales and Roberts 1971) 仅是外核顶部的模型。(b) 位移波形示例，截取自 Tanaka (2004) 的图 2，图中波形均来自于 Kaapvaal 台网，同时以 S2KS 的波峰进行对齐。

Eaton and Kendall (2006) 利用小孔径角的台阵，结合频率域的波形反卷积以消除复杂震源时间函数对测量的干扰。在分析地幔不均匀性的影响时，他们选取的 SKKS 和 S3KS 均满足在 CMB 的穿刺点位于相邻震相的第一菲涅尔带之内。这样的条件保证了 SKKS 和 S3KS 在地幔中的射线路径足够接近，进而减小地幔速度结构的不均匀性带来的影响。可以看到，有限频理论 (e.g., Marquering et al. 1999, Dahlen et al. 2000, Zhao et al. 2000) 为定性评估地幔三维结构对到时差测量的影响提供了有力的工具。在外核顶部的低速层内部，Eaton and Kendall (2006) 认为还可能存在一个非常薄 (12 km) 的高速层，以更好解释 S4KS-S3KS 的到时差和振幅比。随着地震台站的分布越来越广，这为全球尺度的研究提供了大量的数据储备。Tanaka (2007) 利用分箱叠加 (bin stacking) 处理来自全球台站的数据，结合反射系数法计算合成地震图，根据波形的点对点拟合残差评估模型的质量。他认为对于外核顶部的研究来说，PREM 是最佳的初始地球一维模型，并据此得到厚度约为 90 km 的外核顶部低速层，P 波波速最多比 PREM 低 1.5%。另外一点需要注意的是，在考察地幔底部不均匀性的影响时，他发现使用 Garnero and Helmberger (1996) 建议的 ULVZ (ultra-low velocity zone) 模型能使初始残差最小。尽管 ULVZ 并非在任何地区都有观测到，不过由于最佳的残差降低程度，Tanaka (2007) 采用了 ULVZ 模型作为新的初始模型，并在此基础上得到厚度为 140 km、P 波波速最多比 PREM 低 0.8% 的另一个低速层模型。对地幔底部不均匀性结构的分析，没有使得

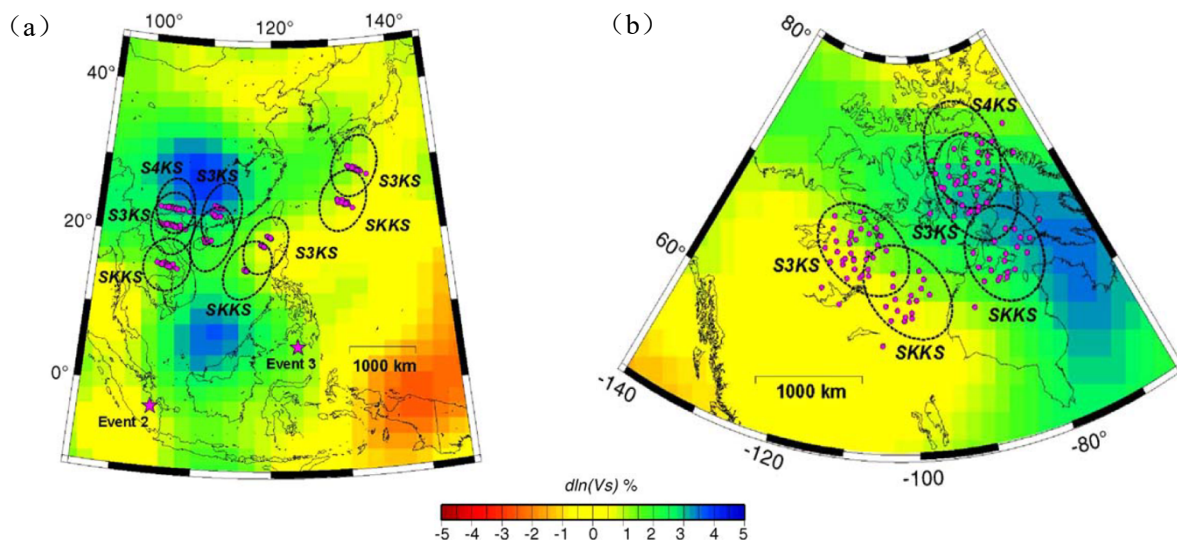


图 1.4 地幔底部不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响，图片截取自 Eaton and Kendall (2006) 的图 12。(a) 和 (b) 中的紫色圆圈分别代表 SmKS 射线路径在 CMB 的入射点（位于东南亚地区）和出射点（位于北美地区），虚线椭圆代表周期为 5 s 的地震波对应的第一菲涅尔带，背景颜色代表 S 波波速相对 PREM 的扰动。这样的分析可以定性考察外核顶部的低速特征是否是显著的。

外核顶部的分层结果被否认。然而，地幔底部和外核顶部的速度结构会存在一定的折中，因此他认为真实的情况应处于上述两个模型之间。总之，地幔不均匀性对数据残差的贡献越来越引起人们的重视。

在前述的研究中，反演过程大多是通过试错法 (trial-and-error) 进行的，最直接的构造模型的方法便是：将 P 波波速的径向变化率在低速层内部设为常数，而在分界面上发生突变。在随后的一系列研究中 (Helffrich and Kaneshima 2010, Kaneshima and Helffrich 2013, Kaneshima and Matsuzawa 2015, Kaneshima 2018)，他们同样运用波形叠加方法对来自密集台阵的数据进行处理，结合 $\tau - p$ 反演方法 (Garmany et al. 1979) 得到外核顶部的连续光滑模型 (e.g., KHOMC, Helffrich and Kaneshima 2010)，并且对到时差测量和速度模型进行不确定性分析，根据测量数据的标准差给出模型的误差范围。与分界面不同，这些模型中的低速层与下方的均匀区域是渐变过渡的，其特征是 P 波波速的径向变化率逐步改变。低速层的范围最深可达 CMB 下方 300-400 km，P 波波速相对于 PREM 的最大偏离程度在 0.5% 左右。可以发现，波形叠加成为了测量 SmKS 到时差的主要数据处理手段，但其局限性在于对密集台阵的依赖。目前拥有大量台阵的区域集中在欧洲、日本和美国，由于地震事件一般选用俯冲带的深源地震 (> 400 km) 以避免深度震相的干扰，因此射线路径的覆盖是相对有限的，研究中较为常用的路径为斐济—欧洲，苏门答腊—北美以及南美—日本。鉴于射线路径覆盖区域的不均匀性，地幔的三维速度结构会给结果带来偏差。尽管上述工作均对地幔校正进行分析，但对这部分的考虑更多是从射线理论入手。然而，较为精确的三维介质中的波场正演十分

耗费计算资源，使得定量的地幔校正难以实现。为了获得覆盖范围更加广泛的射线路径，Tang et al. (2015) 从分布于全球的台站获取数据，对波形进行严格的质量控制，对 S3KS-SKKS 到时差测量结果进行分箱平均，利用贝叶斯方法进行非线性反演 (Tarantola 2005)。值得关注的是，Tang et al. (2015) 考虑了有限频效应对到时差测量的影响，通过进行有限频校正，将观测数据归算至可以与射线理论给出的结果进行拟合，极大地增加了正演步骤的计算效率。另外，结合 S3KS-SKKS 到时差对 S 波波速的敏感核 (Zhao and Chevrot 2011b)，由于其敏感性具有复杂的、正负相间的分布，通过对全球采样的到时差数据进行平均，可以有效抵消地幔不均匀性对测量结果造成的偏差。结果显示，在 CMB 下方约 550 km 范围内，P 波波速平均低于 PREM 达 0.07%，在约 80 km 深度处偏离最大，达到 0.25%。图 1.5 展示了通过线性或非线性反演方法得到的外核顶部 P 波波速的光滑模型。在这些工作中，反演方法、数据来源的改进，以及对模型的不确定范围的评估，均增强了结果的客观性和可靠性。

最近，Wu and Irving (2020) 利用基于台阵的迭代式波形叠加方法，同时运用射线理论和谱元法 (SEM) 合成地震图两种方式考虑地幔校正。他们发现两种方式得到的地幔校正有时会存在明显的不同，而且对部分射线路径，地幔不均匀性对到时差残差的贡献可以达到 0.5 s。考虑地幔校正之后，外核顶部的 P 波波速比 PREM 低的结论没有

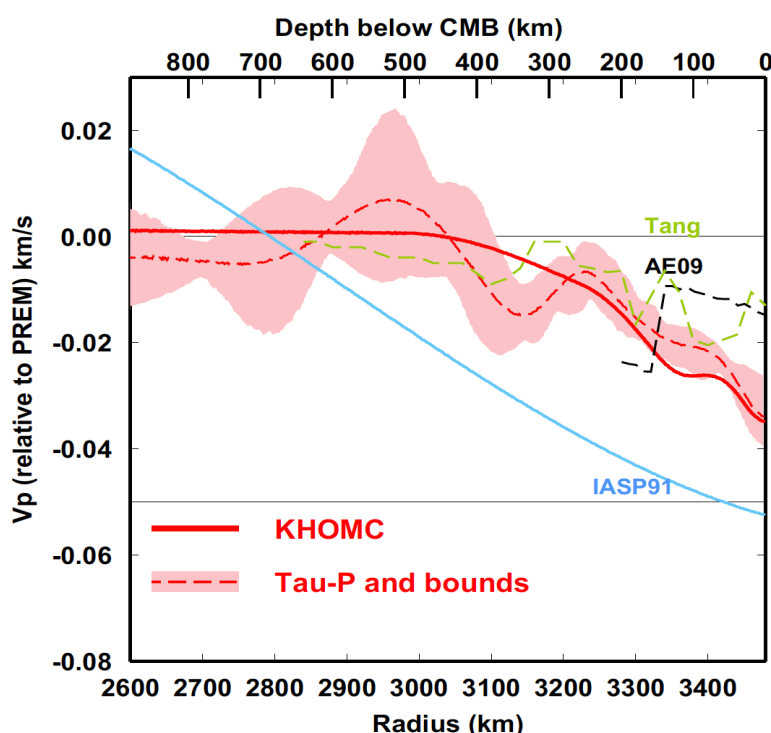


图 1.5 通过线性或非线性反演方法得到的外核顶部光滑模型，图片截取自 Kaneshima (2018) 的图 9，红色虚线及区域代表该文献的结果。红色实线 (KHOMC, Kaneshima and Helffrich 2013) 是通过 $\tau - p$ 法得到的，绿色虚线 (Tang et al. 2015) 是通过非线性反演得到的，两个模型均体现外核顶部非单调的 P 波波速变化。AE09 (Alexandrakis and Eaton 2010) 认为外核顶部并没有分层的结构。

改变，但是对于 EPOC（均匀外核模型）和 KHOMC（分层模型）哪一个更好，从拟合结果来看并不能给出定论。

近五十年来对外核顶部精细结构的地震学研究，在数据测量、地幔校正及反演方法等方面都有了丰富的发展。数据测量方面，利用密集台阵对波形进行叠加可以提高震相信号的信噪比，但受到台阵分布的限制，无法实现更为广泛的射线路径分布，从而对外核进行更均匀的采样。对单台站数据逐个进行测量，可以相对获得更丰富的射线路径，不过质量控制环节就变得尤为重要。如何保证数据质量的同时提高筛选的效率，是一个可以有所发展的环节。地幔校正方面，射线理论更为快捷但不够精确，波场建模更加贴近地震波的真实传播过程但计算量巨大。结合到时差敏感核的复杂形式，通过对来源于广泛分布的射线路径的数据进行平均，定性上可以使地幔中速度扰动为正和为负的部分相互抵消，不过如何更加定量地分析这一假设仍需进一步探讨。在反演方法上，从试错法，到 $\tau - p$ 反演方法，再到非线性反演方法，一方面模型更加平滑、对先验的约束越来越宽松，另一方面也逐步完善了对模型不确定性的分析。

关于外核顶部的 P 波波速结构，在波速低于 PREM 这一点上有较多的共识，然而是否以低速层的形式存在，其影响范围有多大，波速和 PREM 的偏差达到多少，不同的研究给出了不同的结论。Alexandrakis and Eaton (2010) 和 Irving et al. (2018) 更支持一维模型，后者给出了新的 EPOC 外核一维模型作为参考。更支持外核分层的工作中，基于试错法的研究 (e.g., Lay and Young 1990, Souriau and Poupinet 1991, Garnero et al. 1993, Tanaka 2004, 2007) 大多认为其厚度在 100 km 左右，P 波波速最多可低于 PREM 达 1%~2%，模型呈现出明显的分层，在外核顶部低速层内部 P 波波速径向变化率为常数。近十年基于线性或非线性反演方法的研究 (e.g., Helffrich and Kaneshima 2010, Kaneshima and Helffrich 2013, Kaneshima and Matsuzawa 2015, Tang et al. 2015, Kaneshima 2018) 则更倾向认为其厚度可能会达到 300 km，但速度扰动较小，仅在 0.5% 以下，同时模型更加光滑，更加关注 P 波波速在径向的非单调变化。

1.2.2 地磁学研究

地磁学领域对外核顶部分层结构的研究，主要通过密度径向变化率来分析，为表述严谨，本小节仅使用“分层”一词。在稳定的分层流体中，流体质点偏离其平衡位置时，浮力充当回复力使质点发生振荡，其浮力频率 (Brunt-Väisälä 频率) 为：

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}} \quad (1.1)$$

其中 g 为重力加速度， ρ 为密度， r 为半径。浮力频率 N 刻画了流体分层的程度， N 越大则分层结构越稳定。在外核发电机模型中，常用无量纲量 $(N/2\Omega)^2$ 来表征分层的

程度，其中 Ω 为地球自转角速度。

外核分层的存在最早被认为可以产生 MAC 波，进而解释地磁场的部分长期变化特征 (Braginsky 1993, 1999)。结合外核发电机 (geodynamo) 的数值模拟, Buffett (2014) 认为厚度达 140 km 的分层可以最佳拟合 MAC 波引起的地球偶极磁场的长期变化。近期的工作中, Yan and Stanley (2018) 同样结合外核发电机的模拟, 利用地球磁场八极子分量的平均强度来约束分层结构。他们认为下述两种模型均有可能: 厚度为 60 km 的强分层结构 (即 $(N/2\Omega)^2$ 较大), 以及厚度为 130 km 的弱分层结构。此外, 从磁流体运动学的角度, Gubbins (2007) 则认为厚度为 100 km 的稳定分层最能够刻画地磁场的长期变化。可以发现, 地磁场方面的研究至少对于该分层的厚度有着较为相近的结论, 均在 100 km 左右。目前为止, 地震学和地磁学的研究难以直接比较外核分层结构的物理性质。地震学给出的结果均为 P 波波速模型, 由于波速与体积模量和密度均有关, 因此无法直接将波速结构转化为密度结构。仅从分层的厚度来看, 近期的地震学结果要相对更大。

1.2.3 外核顶部分层的起源

地球动力学研究致力于回答外核顶部为何会形成分层结构, 分层如何能在外核的强烈对流中保持稳定存在, 这一层中的地震波波速、密度等物理性质会如何变化等问题。关于外核顶部分层的起源, 目前主要涉及三种机制, 分别从物质组分、热流值和撞击事件三个角度切入。

首先, 我们来关注第一种机制: **物质组分的扩散**, 这也是从物理直观上最容易理解的成因, 即外核中的轻元素聚集到了顶部, 从而导致分层结构的产生。具体而言, 物质组分的扩散主要涉及如下两种情景:

1. **外核内部轻元素在压强扩散作用 (barodiffusion) 下富集在顶部**。压力扩散指轻元素沿压强的负梯度方向运动的倾向。O、S、Si 等内核凝固过程中释放的轻元素可以在此作用下聚集在外核顶部 (Fearn and Loper 1981, Franck 1982)。Gubbins and Davies (2013) 通过分析扩散方程, 认为这一低密度层可以在成核作用开始后很快建立, 逐步增加到 100 km 左右并能够稳定存在。在物理直观上, 密度导致分层这一结果易于接受。然而, P 波波速 $v_p = \sqrt{\kappa/\rho}$, 其中 κ 和 ρ 分别为体积模量和密度, 轻元素的富集导致密度下降, 在体积模量基本不变的情况下, 外核顶部应形成高速层, 而非地震学观测到的低速层。对于这一困惑, Helffrich (2012) 从非理想混合液体的角度给出解释, 认为在外核的温压条件下体积模量是依赖于元素组成的, 从而可以同时实现低密度和低速。不过, Brodholt and Badro (2017) 通过分子动力学模拟发现, 外核顶部的流体基本是处于理想混合状态, 同时仅由压强扩散作用总会导致高速层的出现, 与实际的观测结果并不能吻合。

2. 地幔中的轻元素通过 **CMB** 进入外核顶部。Frost et al. (2010) 研究 O 元素在 CMB 处的运移, 由于外核的 FeO 含量相比于地幔处于不饱和状态, 为实现 CMB 两侧 O 元素的平衡, 地幔底部会出现 FeO 含量相对匮乏的一层, 同时外核顶部形成 FeO 含量相对丰富的低密度层。Buffett and Seagle (2010) 从热动力学的角度以 O 元素含量为例进行分析, 认为外核顶部的分层是两股力量相互对抗的结果: 一方面, 地幔中的轻元素进入外核, 使得顶部成为稳定的轻元素富集层, 并不断侵蚀轻元素含量相对较少的对流区域; 另一方面, 内核的凝固释放轻元素, 使得对流区的轻元素含量上升, 抵抗分层结构的形成。他们认为目前这一低密度层的厚度为 60-70 km, 但是 P 波波速应高于 PREM, 与地震学观测不一致。这可能是由于仅仅考虑了单一轻元素的富集作用, Brodholt and Badro (2017) 通过研究 Fe-Ni-S-C-O-Si 混合流体, 发现轻元素之间需要满足恰当的比例, 单独考虑 O 或 S 均无法实现低密度且低速层的形成, 而需要引入 C 和 /或 Si 来进行平衡。由此来看, 从物质组分角度来研究外核顶部的分层结构需要综合考虑各种轻元素, 仅关注相对简单的混合物质或许稍有欠缺。

其次, 我们来关注**大型撞击事件**导致外核分层的机制, 这也是最年轻的一个理论。Landeau et al. (2016) 通过模拟实验发现, 如果撞击体大小合适、且撞击体核相对富含轻元素, 在撞击事件之后两者的混合可以导致外核顶部低密度层的形成, 其厚度约为 200-300 km, 同时密度比周围约低 0.75%-1.10%。撞击事件对地球的演化有着重要的影响, 一些数值模拟给出的常见撞击体大小 (Wetherill 1985, Jacobson and Morbidelli 2014) 也满足形成外核分层结构所需的条件。

最后, 我们来介绍第三种机制: **CMB 处的亚绝热热流 (subadiabatic heat flux)**。地幔底部温度的不均匀性使得 CMB 处的热流值呈现出横向变化, 进而影响外核顶部的温度特征 (Lister 2004)。在地震学角度, 地幔底部温度的不均匀性可体现为 LLSVP 的存在。这些区域内部有着异常的高温, 显著降低所在处 CMB 的热流值, 从而贡献热流值的横向剧烈变化 (Masters et al. 1996, Nakagawa and Tackley 2008, Stackhouse et al. 2015)。如果 CMB 的热流低于沿着外核绝热温度梯度运输的热流, 这种状态称为亚绝热的, 热量在外核顶部积累导致高温, 进而产生浮力并形成厚度达几百千米的热分层结构 (Lister and Buffett 1998)。Mound et al. (2019) 将这一层称为“逆温层” (inversion

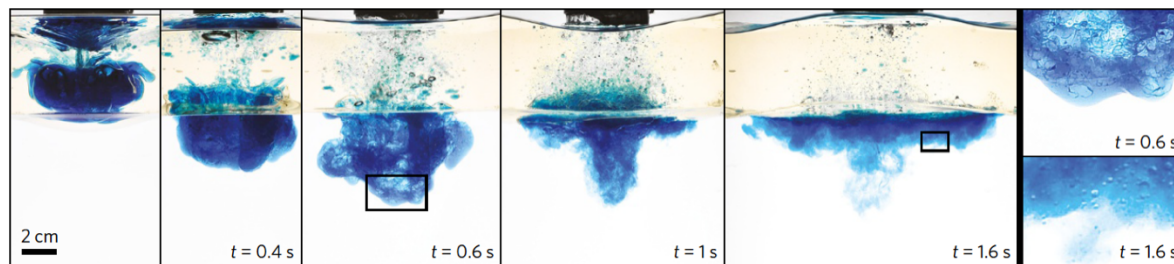


图 1.6 大型撞击事件的模拟实验, 图片截取自 Landeau et al. (2016) 的图 2 (a)。撞击体核相对富含轻元素时, 撞击之后导致外核顶部形成低密度层, 同时该分层可以稳定存在。

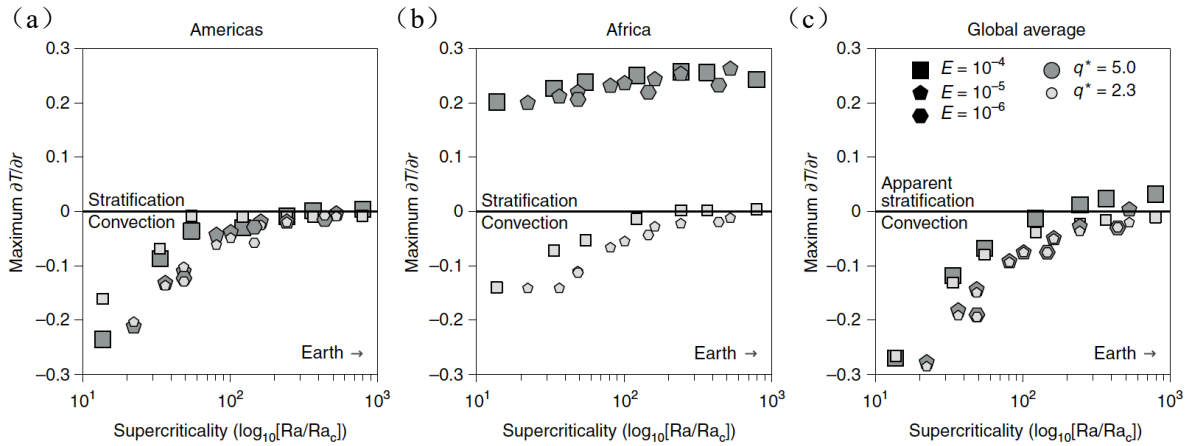


图 1.7 从温度梯度的角度分析外核顶部的分层结构，图片截取自 Mound et al. (2019) 的图 3。 (a) — (c) 分别对应美洲下方、非洲下方和全球平均的分层程度随超临界程度的变化。多边形符号对应数值模拟过程中不同的 Ekman 数 (E)，符号的大小和颜色代表不同的 q^* ， q^* 越大代表 CMB 热流值的不均匀性越强。对于地球所处的超临界程度，非洲下方的外核顶部分层程度最高，这与 LLSVP 处具有较低的 CMB 热流值相关。

layer)，因为该层中径向温度梯度为正。他们认为外核顶部仅存在若干区域性的逆温层，比如在太平洋和非洲的 LLSVP 下方，并没有全球尺度的分层；由于这些逆温层规模非常大、非常之强，使得全球平均后外核顶部仍然呈现出温度梯度为特征，如图 1.7 所示。

总体来看，对于外核顶部的分层有两种理解方式：物质组分的分层和热力学分层。应当指出，上述提到的三种机制需要综合考虑。关于分层的厚度，物质组分的分层基本在 100 km 左右，而热力学结果可达几百千米；关于低密度、低波速的物理性质，从轻元素混合的角度来分析是可以实现的。

1.3 研究目标

从地震学的角度研究外核顶部的分层结构，数据测量和地幔校正是其中两个重要的环节。处于地震大数据时代，如何快速、客观地筛选出高质量的测量数据，是一个受到广泛关注的话题。第二章将讨论 S3KS-S2KS 到时差数据的自动化测量及质量控制。随着计算地震学的不断发展，在三维地球模型中模拟地震波的传播成为可能。第三章将简要介绍谱元法 (SEM) 的相关软件并进行 Benchmark 检验。对于地幔校正部分，有限频理论和波场正演均可以作为研究的工具，第四章将介绍伴随波场法 (adjoint method) 计算有限频敏感核，随后的第五章将从这两个角度对地幔校正进行分析。

第二章 S3KS-S2KS 到时差数据

2.1 历史工作

从地震学角度研究外核顶部的速度结构，SmKS 到时差是最为重要的数据。数据的来源和筛选主要有如下两种思路：

1. 基于密集台站阵，对同一震相的波形进行相干叠加从而提高信噪比（e.g., Tanaka 2007, Helffrich and Kaneshima 2010, Wu and Irving 2020）。由于台站之间距离较近，震中距最多相差约 10 度，因此一般认为各台站的到时差相对 PREM 理论值的残差是基本一致的。在此基础上，假如波形已经以 S2KS 对齐，那么就可以利用各台站在 PREM 下的 S3KS-S2KS 到时差，对 S3KS 波形进行斜向叠加。这种思路的优势在于增强信号，可以有效提取反射次数更多（即 m 更大）的 SmKS 震相。同时，每一个台阵最终对应到一个测量值，相当于对不同台站的结果进行统一，便于整体分析地幔不均匀性对到时差测量的影响。相对而言，其劣势则体现在密集台阵分布的局限性，现阶段这样的台阵主要位于北美、欧洲和东亚地区。这一点较大限制了射线路径的采样范围，对于研究外核整体的一维速度结构可能相对有所欠缺。

2. 从全球的台站获取数据，对每一个台站的波形进行充分的质量分析（e.g., Tang et al. 2015）。尽管多次反射的 SmKS 震相能量相对较弱，但是高质量的波形中 S2KS 和 S3KS 波形都是可以通过肉眼进行精细判断的。这种思路的优势在于可以广泛选取射线路径，对外核顶部实现更充分的采样。此外，该方法一方面可以通过到时差残差的全球分布，定性分析地幔不均匀性以及外核顶部可能的不均匀性（Souriau et al. 2003）对数据测量的影响，另一方面也可以利用数值模拟方法定量分析这些因素在每一条路径上的贡献。这一思路的劣势则体现在质量控制环节的大量工作，同时需要对分散的测量数据进行严谨的筛选。

本章基于第二种思路，通过分析高、低质量波形之间的差别，提出一种流程化的 S3KS-S2KS 到时差数据的测量与质量控制。此外，还将基于这种方法得到的测量数据，对到时差的全球分布进行分析，同时按照震中距大小进行分箱平均，考察 S3KS-S2KS 到时差的整体特征。

2.2 数据测量及质量控制

2.2.1 数据来源及预处理

为获取高质量的 S3KS-S2KS 到时差数据，数据的来源是一个关键的环节。在选择地震事件和台站时，主要有如下几方面的考虑。对于地震震级，我们一方面希望其足够大，使得 SmKS 震相足够明显，峰值较大，另一方面希望大地震的震源破裂过程不会对波形造成明显的畸变。此处我们选择矩震级 (M_w) 在 6-8 级的地震事件，同时考虑点源近似的震源模型，震源时间函数类似于阶跃函数的形态。对于震源深度，当其较浅时，深度震相 sSmKS 会紧随 SmKS 到达，两个震相混在一起导致震相识别的不确定性。因此，我们选择震源深度在 400 km 以上的深源地震，此时深度震相不会干扰到时差的测量。此外，当震中距相对较近 (小于 120°) 时，S3KS 和 S2KS 的到时差别很小，不利于震相的识别和区分，而当震中距大于 140° 时，S3KS 信号较弱 (Tang et al. 2015)，同样增大了到时差测量的难度。综合考虑，本研究延续 Tang et al. (2015) 使用的 120° - 140° 的震中距范围。

我们选取从 2000 年 1 月至 2019 年 7 月的震源深度大于 400 km 的地震事件 (事件列表见附录 A)，利用 SOD (Owens et al. 2004) 获取去除均值和线性趋势的宽频带地震台站记录的波形。台站的震中距均在 120° - 140° 范围内，同时对于每一事件，台站间距均在 0.5° 之上以去除重复或高度相似的波形记录。对于宽频带地震台站，其速度分量的频率响应最为平稳，同时由于 SmKS 经历 CMB 处从 P 波向 S 波的转换，我们选用径向分量的波形用于测量，以获得信噪比相对较高的记录。由于震中距较远，S2KS 和 S3KS 的高频成分均受到强烈的衰减，因此我们使用 0.01 - 0.2 Hz 的带通滤波器对速度波形进行滤波。

2.2.2 数据测量

上述经过预处理的数据将通过互相关方法对 S3KS-S2KS 到时差进行测量。首先我们需要找到 S2KS 和 S3KS 的波峰。一般而言，这两个震相中 S2KS 的峰值要明显高于 S3KS，因此 S2KS 震相的寻找更加简单。基于 PREM 理论到时，选取其前 10 s 到其后 20 s 作为时间窗，S2KS 的波峰为该时间窗中的最大值点，其对应的时间为 t_{S2KS} 。以 t_{S2KS} 为中心，在其两侧寻找最近的零点，两个零点之间的部分定义为 S2KS 信号，如图 2.1 所示。因为 S3KS 与 S2KS 之间存在 $\pi/2$ 的相位差别 (Choy and Richards 1975, Choy 1977)，所以我们需要在 Hilbert 变换之后的速度波形中寻找 S3KS 的波峰。由于外核顶部的低速特征使得 S3KS-S2KS 到时差相对于 PREM 预测值的差别仅为几秒 (e.g., Tanaka 2007, Helffrich and Kaneshima 2010, Tang et al. 2015)，因此在 S2KS 波峰位置的基础上增加 PREM 理论到时差 Δt_{PREM} ，就可以大致定位 S3KS。对于 S3KS，由于其

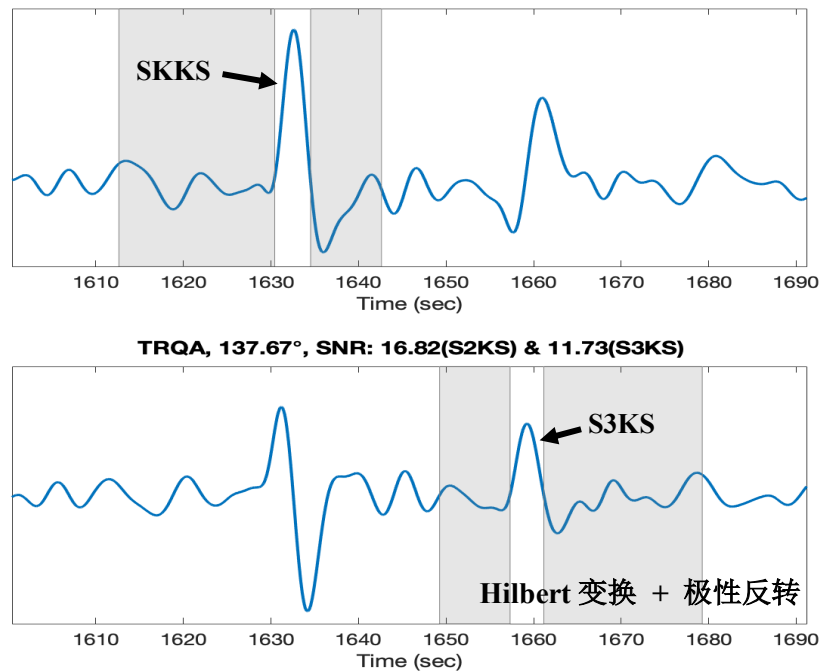


图 2.1 S2KS 及 S3KS 波形示例。上方展示的是径向分量的速度波形，而下方展示的是经过 Hilbert 变换和极性翻转的速度波形。S2KS 和 S3KS 震相分别从这两个波形记录中进行识别。阴影部分代表噪声时窗，其间的脉冲状波形对应信号部分。具体而言，S2KS 和 S3KS 噪声和信号时窗的总长度均为 30 s，起始点分别为 S2KS 波峰之前 20 s 和 S3KS 波峰之前 10 s，其中的信号部分由波峰两侧的零点来确定。台站名称、震中距及信噪比 SNR 均在图中标出，地震事件为 2004 年 7 月 25 日的印尼苏门答腊地震 (Mw 7.3)。对于这一事件，TRQA 台站的波形记录有着非常高的质量。

附近的波形呈现振荡的特征 (图 2.1)，因此在拾取震相时可能会出现周期错误。结合前述分析，S3KS 时间窗以时间 $t = t_{S2KS} + \Delta t_{PREM}$ 为中心，时窗长度为 10 s (大约对应两个周期)，S3KS 的波峰为该时间窗中的最大值点，其对应的时间为 t_{S3KS} 。S3KS 信号同样定义为 t_{S3KS} 两侧最近的零点之间的部分，如图 2.1 所示。S2KS 和 S3KS 信号的互相关函数的最大值所对应的时移，即为 S3KS-SKKS 到时差的测量结果。对于每一条波形记录，我们均通过上述流程测量其到时差。

2.2.3 质量控制

为了保证测量的可靠性，我们对每一条数据均进行质量控制。Tang et al. (2015) 对每一个台站的 S2KS 及 S3KS 波形进行评分，通过肉眼识别来判断波形质量的好坏。这种方法能够最大程度确保数据的质量，然而面对数量庞大的波形记录，肉眼识别显然无法应对。我们尝试模仿人工判断的过程，对波形的一些关键特征进行量化，以实现质量控制环节的自动化。识别震相时，最重要的一个指标就是信噪比 (SNR, Signal to Noise Ratio): 在背景噪声中，如果人眼捕捉到一个明显的类似于脉冲的信号，那么它就必然对应一个地震波能量集中到达的震相。计算 SNR 时，一个值得关注的环节是如

何刻画信号与噪声的相对强弱。我们分别使用基于振幅和能量（即振幅的平方）的定义来刻画信噪比，结果发现后者能够获得更加宽的 SNR 分布，这便于后续对数据的质量进行等级划分。因此，我们使用的 SNR 定义如下：

$$SNR = \frac{\frac{1}{T_{Signal}} \int_{Signal} |u(t)|^2 dt}{\frac{1}{T_{Noise}} \int_{Noise} |u(t)|^2 dt}, \quad (2.1)$$

其中 $u(t)$ 为波形数据， T_{Signal} 和 T_{Noise} 分别代表信号与噪声的时窗。实际过程中我们分别计算 S2KS 和 S3KS 的信噪比，即 SNR_{S2KS} 和 SNR_{S3KS} 。信号时窗的选取对应前文提及的对 S2KS 和 S3KS 信号的定义，而噪声时窗的选取则更加依赖于经验。图 2.1 中的阴影部分展示了 S2KS 和 S3KS 的噪声时间窗，根据这些时间窗的选择，我们对每一条数据计算其信噪比。

上述 SNR 指标刻画了 S2KS 和 S3KS 信号的清晰程度。除此之外，我们还需要考察这两个震相信号的相似程度。结合点源近似的假设，我们认为 S2KS 信号和 S3KS 信号应具有相同的形状。如果信号受到其它震相的干扰、或者震源的有限破裂过程不可以忽略，那么 S2KS 和 S3KS 信号将不再相似，其结果是归一化互相关函数（此处的归一化指函数的积分值为 1）的最大值会降低，同时互相关函数的形态将偏离高斯函数。此外，如果在强烈非弹性的作用下信号时窗明显加宽，这同样会导致互相关函数最大值的减小。由此，我们得到两个指标用于刻画 S2KS 和 S3KS 信号之间的相似性：归一化互相关函数的最大值 CC_{max} ，以及归一化互相关函数与对应的高斯函数之间的互相关系数，即两者之间的相似程度 SIM ，如图 2.2 所示。综上，我们共设置四个指标来量化 S3KS-S2KS 到时差数据的质量，分别为 SNR_{S2KS} 、 SNR_{S3KS} 、 CC_{max} 和 SIM 。

2.3 数据分析

根据不同时间段，地震事件被划分为三组，分别是来自于 2000-2006 年（第一组）、2007-2012 年（第二组）和 2013-2019 年（第三组）的事件。对于质量控制环节的四个指标，其阈值根据经验选取，质量合格的数据满足：

$$SNR_{S2KS} \geq 3.0, \quad SNR_{S3KS} \geq 2.0, \quad CC_{max} \geq 0.2, \quad SIM \geq 0.9. \quad (2.2)$$

地震事件及合格数据的数量在表 2.1 中列出，S3KS-S2KS 到时差测量值如图 2.3 (a) (c) (e) 所示。经过自动化的质量控制后，大部分到时差数据呈现集中的趋势，不过也可以观察到一些明显的散点，可能是由于受到地幔底部或外核顶部的不均匀性的影响（Garnero and Helmlinger 1995, Sylvander and Souriau 1996, Souriau et al. 2003）。此外，我们利用 TauP 软件包（Crotwell et al. 1999）计算 PREM 之中 S2KS 和 S3KS 在射

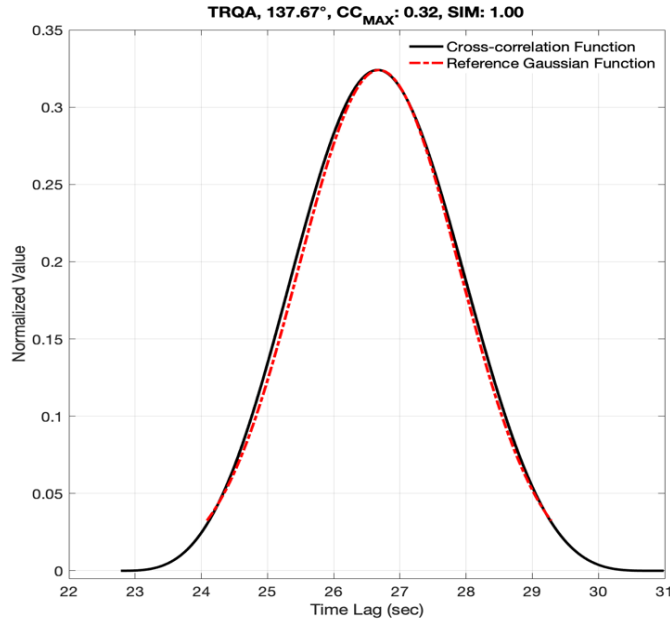
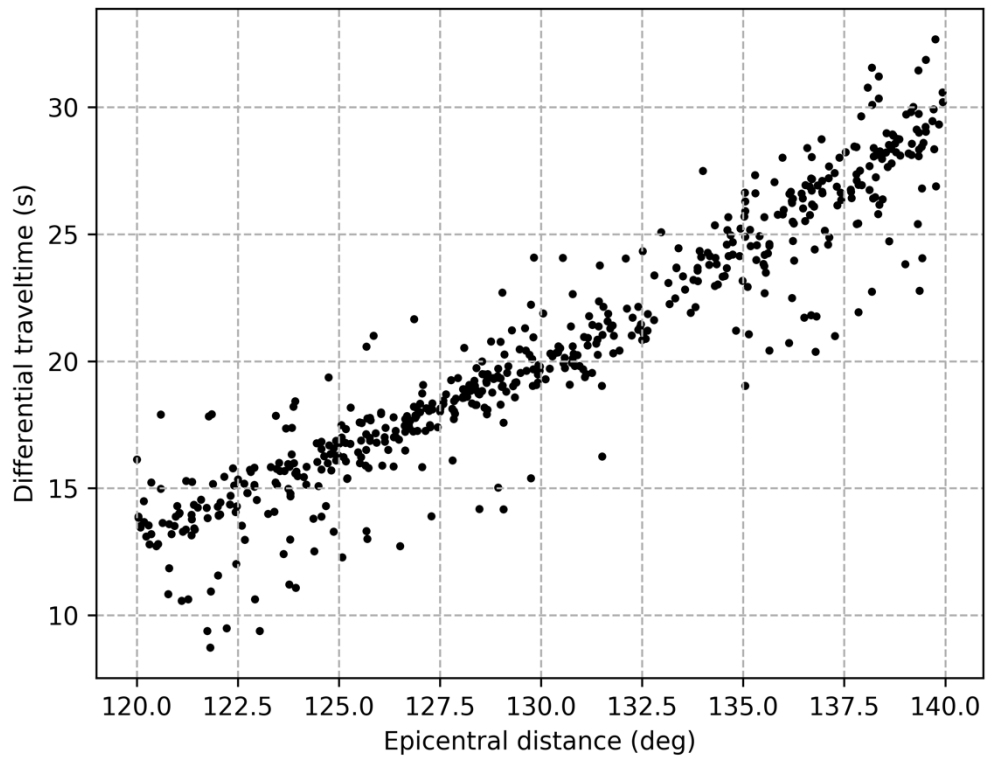


图 2.2 S2KS 和 S3KS 信号的互相关函数及波形相似程度的量化指标。黑色实线是由图 2.1 中 TRQA 台站的信号计算的归一化互相关函数，横轴代表时间延迟，纵轴代表对应的函数值。该互相关函数的最大值记为 CC_{max} ，其对应的时间延迟即为 S3KS-S2KS 的到时差。红色虚线的形态对应于一个高斯函数，它与互相关函数的互相关系数即为 SIM 。理想情况下，如果 S2KS 和 S3KS 信号为完全一致的脉冲状函数，那么它们的互相关函数便呈现出高斯函数的形态， SIM 指标的值就为 1。同样，TRQA 台站记录到的信号对这两个指标也是高质量的。

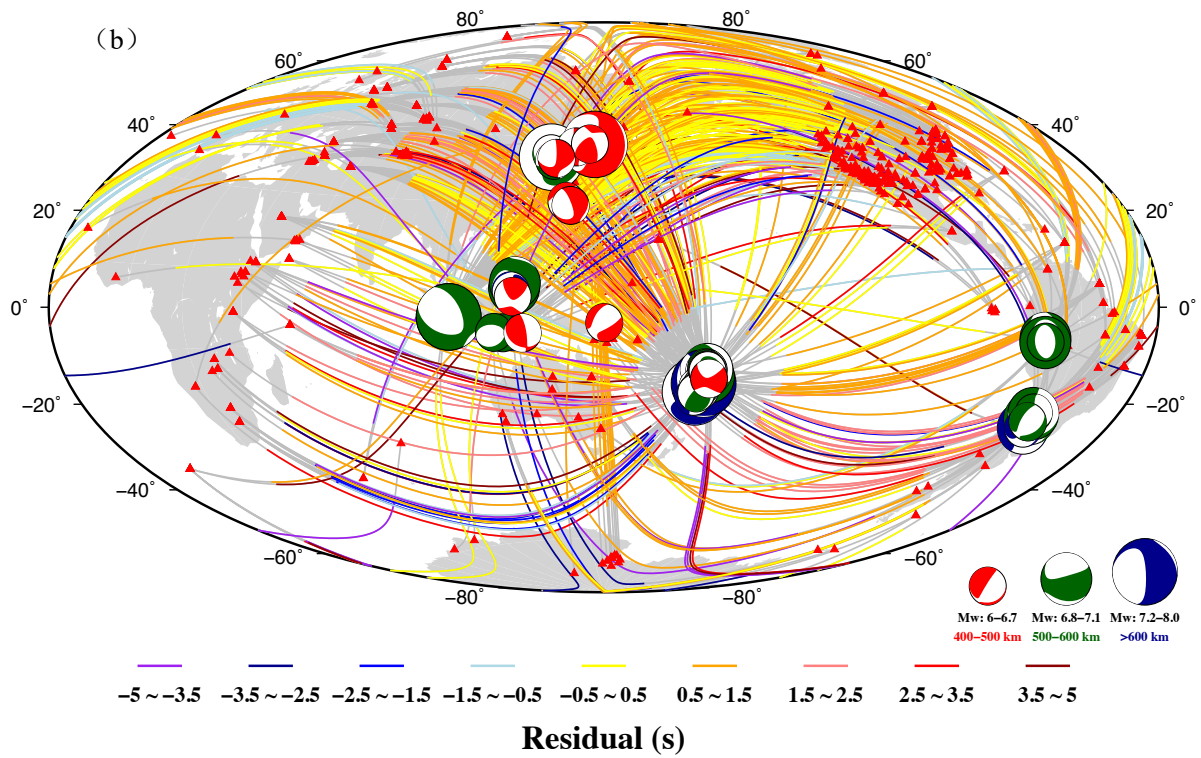
线理论下的到时。S3KS-S2KS 到时差残差的空间路径分布如图 2.3 (b) (d) (f) 所示。第一组由于时期较早，地震台站数量较为有限，因此在空间覆盖度上不如后两组数据。对于三组到时差残差数据，绝大部分都位于 $-0.5 \sim 1.5$ s 之内（对应黄色与橙色），整体特征没有明显的长时间尺度变化。散点数据对应的路径分布没有显著的规律性，一定程度上说明了对数据做进一步处理的必要性。相对而言，有一定比例的散点数据是和南太平洋斐济地区的地震事件相联系的。结合图 1.2，这些事件对应的 SmKS 射线路径在震源侧会经过南太平洋之下的 LLSVP 区域，更有可能导致到时差残差偏离整体趋势。这一点也体现了分析地幔不均匀性影响的意义所在。

为清晰提取到时差随震中距变化的整体特征，我们整合来自于三组地震事件的所有数据，利用分箱平均 (bin-average) 的思路进行处理。首先，我们去除偏离整体趋势较多的散点数据。为简化处理，此处采用不重叠的分箱操作，每一个箱的长度为 1° ，之后对每一个箱内的到时差求其平均值和标准差，最后去掉与平均值相差在一个标准差以上的离群点数据。筛选之后的到时差数据及其路径分布如图 2.3 (g) 和 (h) 所示，从中可以更清晰地捕捉前述提到的 S3KS-S2KS 到时差残差的基本特征。到时差的分箱平均结果如图 2.4 (b) 所示，其中采用了重叠的分箱操作，每一个箱的长度仍为 1° ，而相邻两箱的间距为 0.5° 。图 2.4 (a) 以直方图形式列出了每一个箱内的数据数量，可以看到其数值均在 100 以上，充足的数据和离群点的去除保证分箱平均的结果不会受

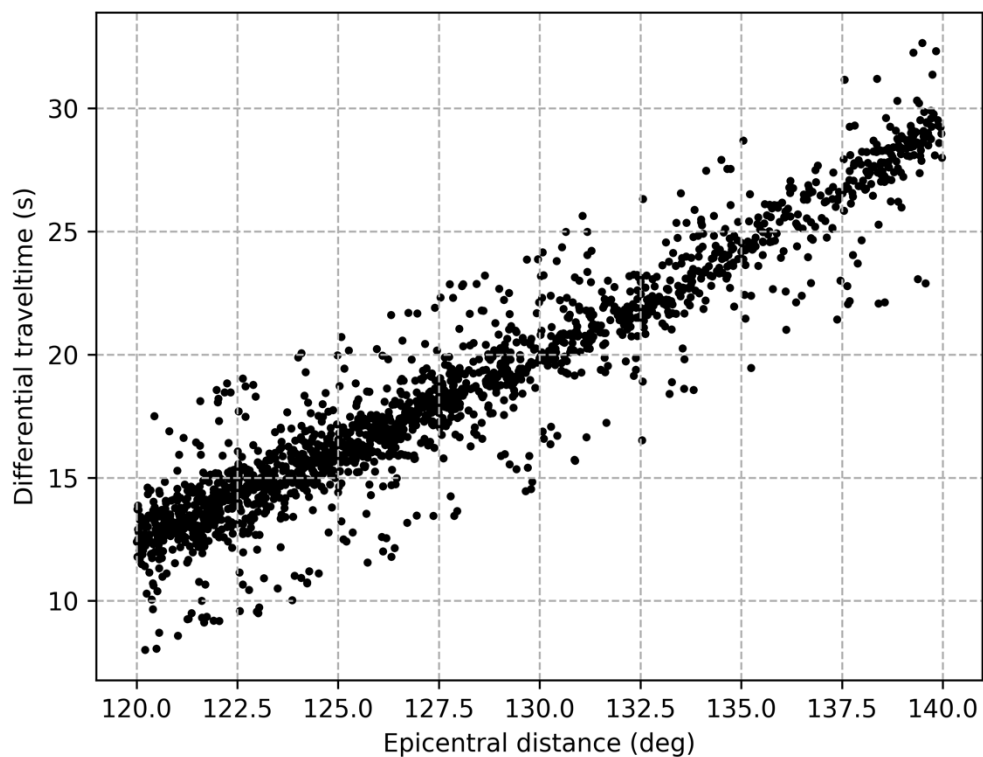
(a)



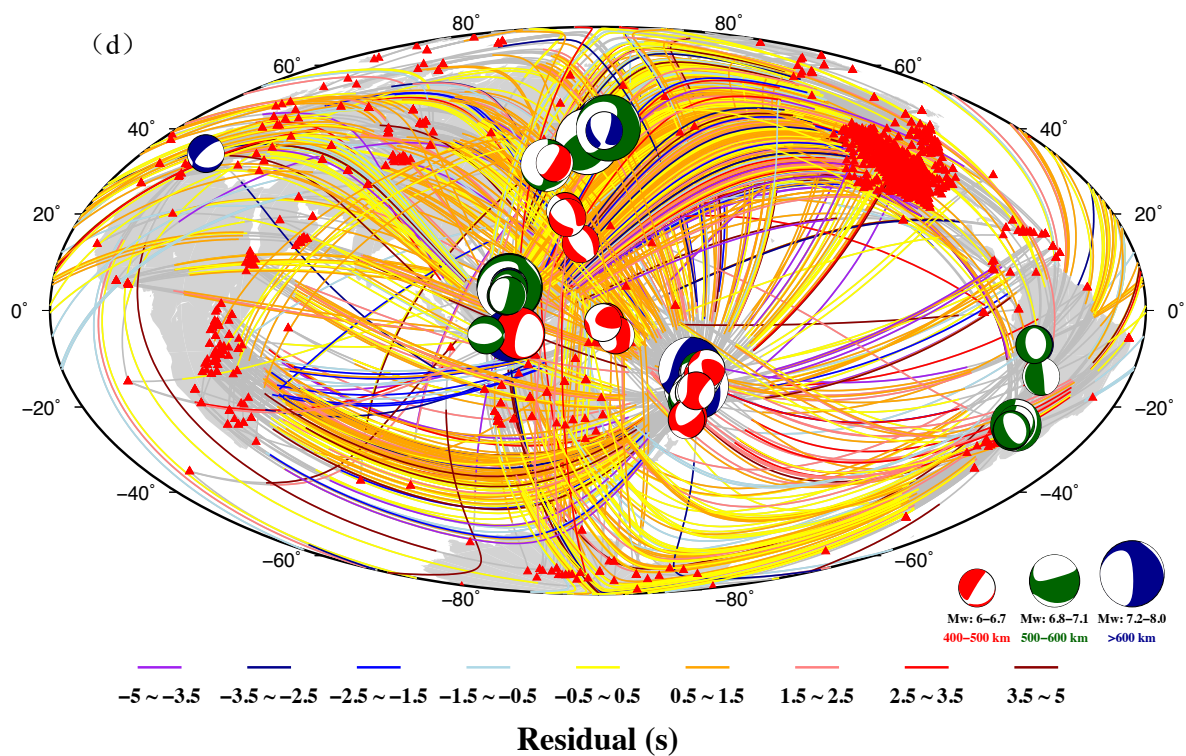
(b)



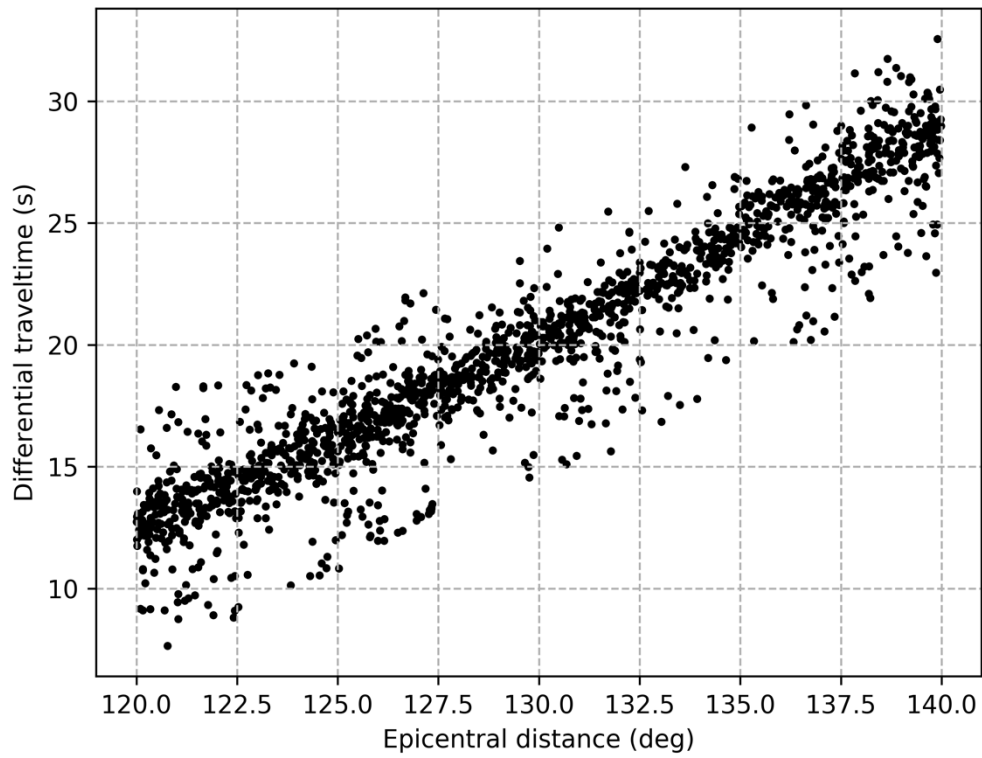
(c)



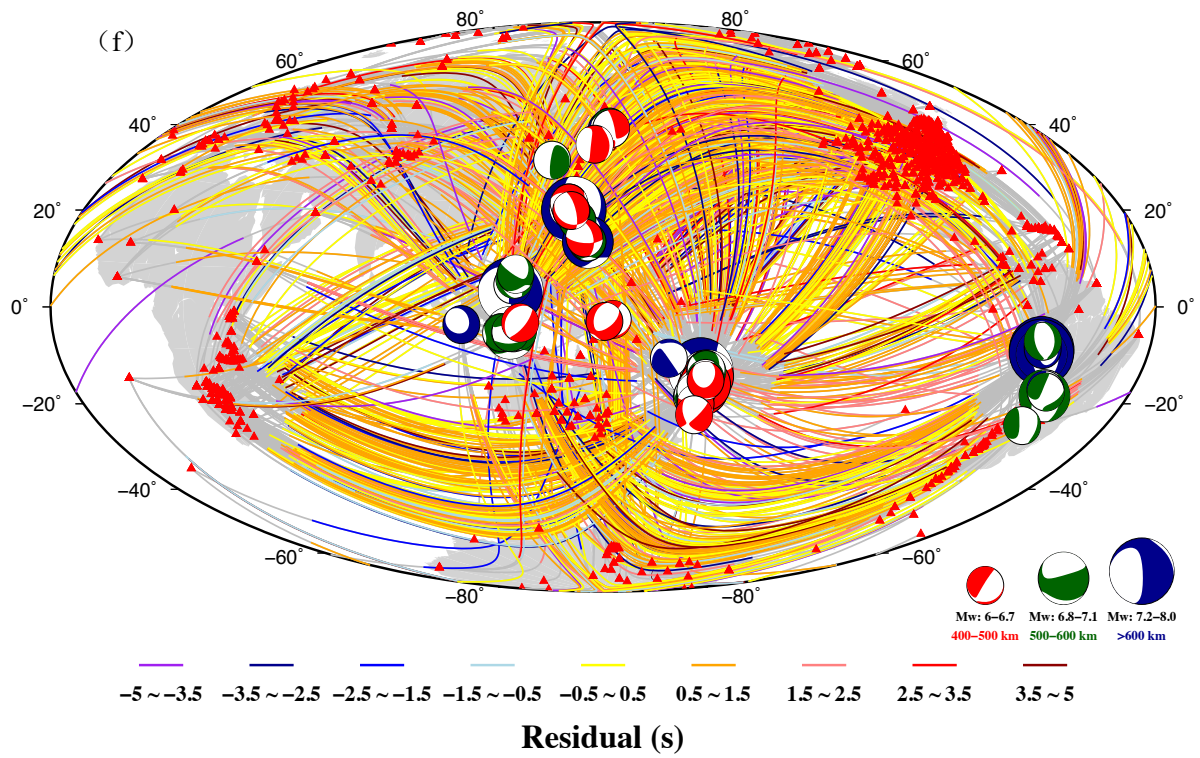
(d)



(e)



(f)



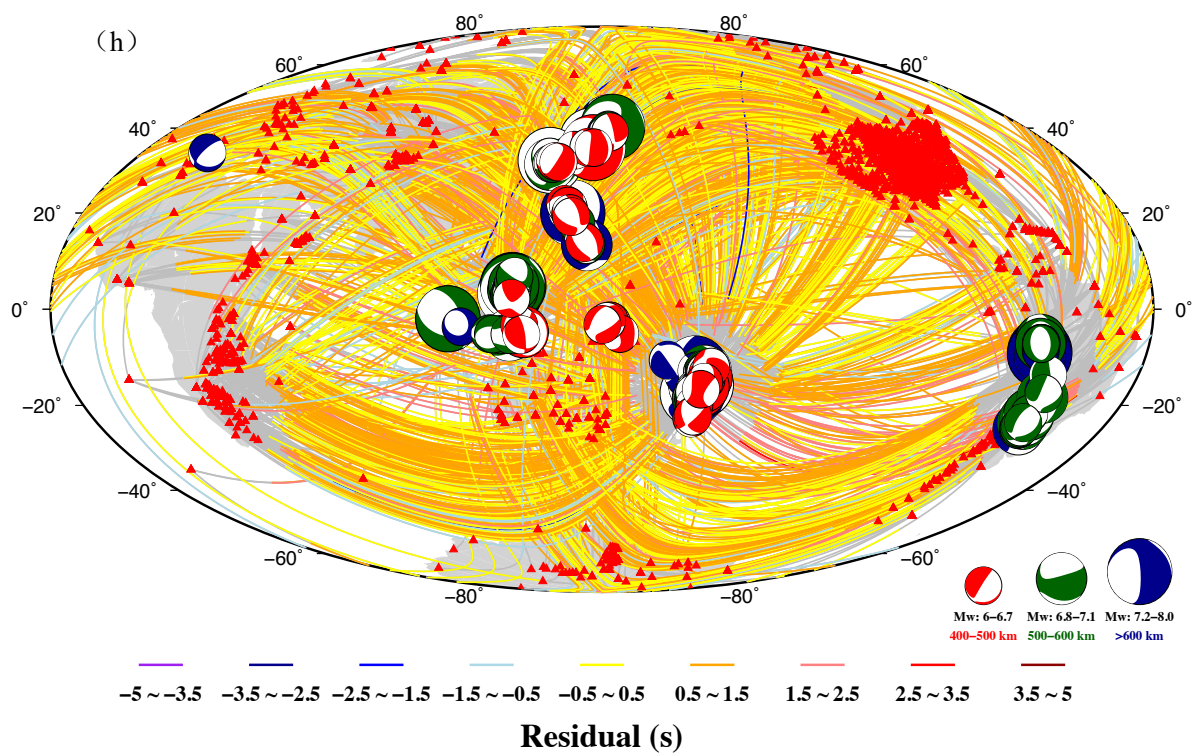
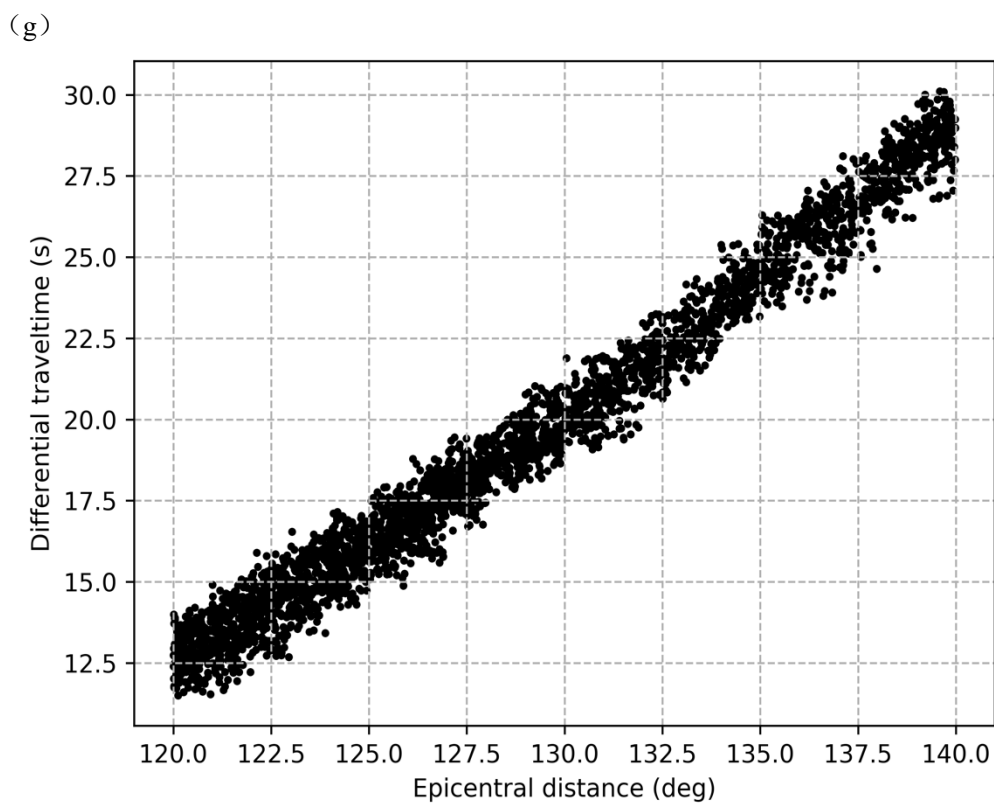


图 2.3 质量合格的 S3KS-S2KS 到时差数据测量值以及路径分布图。(a) 和 (b) 对应 2000-2006 年地震事件的到时差测量结果及其路径分布图, (c) 和 (d) 对应于 2007-2012 年的地震事件, (e) 和 (f) 对应于 2013-2019 年的地震事件。(g) 和 (h) 是综合上述三组数据并去除离群点 (outliers) 之后的测量结果及路径分布。到时差测量结果按照震中距进行绘制。在路径分布图中, 红色三角代表台站, 地震事件以震源机制球表示, 其大小和颜色分别代表震级和震源深度, 如右下方图例所示。路径分布图中的每一条线均代表射线路径, 经过外核的部分被涂上了颜色, 外核以外的部分以灰色绘制, 不同的颜色表示对应路径的 S3KS-S2KS 到时差相对于 PREM 射线理论结果的残差。

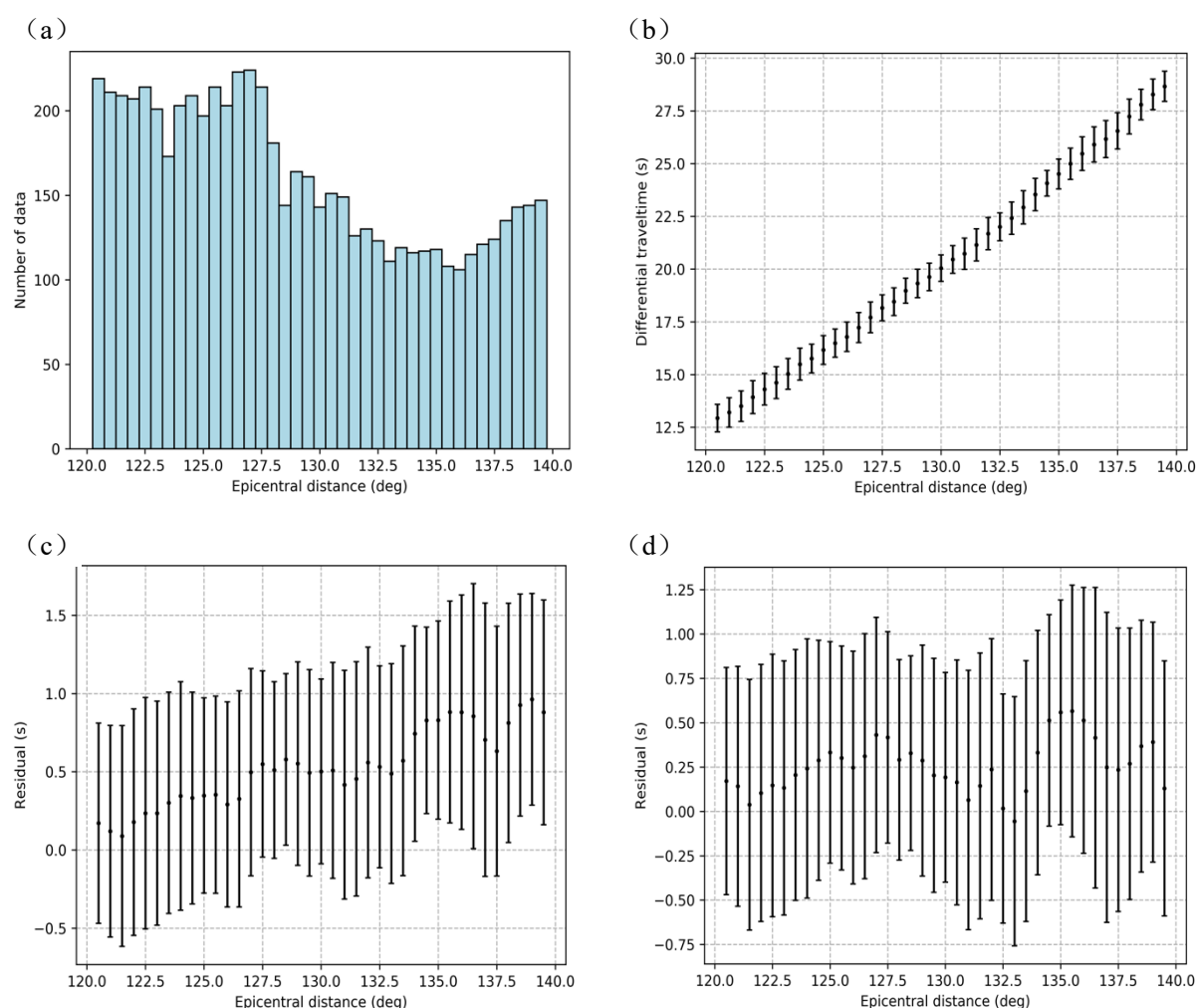


图 2.4 S3KS-S2KS 到时差数据的分箱平均结果, 其中采用了间距为 0.5° 、长度为 1° 的重叠分箱处理。(a) 以直方图展示各个箱内的数据数量, (b) 和 (c) 分别给出了到时差和到时差相对于 PREM 射线理论结果的残差的分箱平均结果, 其中的到时差数据均已去除离群点, 如图 2.3 (g) 所示。经过有限频校正 (Tang et al. 2015, Fig. S5) 的结果绘制在 (d) 之中。

到异常数据的干扰。到时差相对于 PREM 射线理论结果的残差如图 2.4 (c) 所示。与 Tang et al. (2015) 的图 2 相比, 到时差随震中距的整体变化趋势基本一致, 而标准差有明显降低, 这印证了用于质量控制的四个指标的有效性。考虑有限频校正 (Tang et al. 2015, Fig. S5) 之后, 到时差残差的测量值如图 2.4 (d) 所示。有限频校正的部分, 是在 PREM 中通过波形测量的结果与射线理论结果之间的差别。经这一步校正后, 到时差残差几乎完全由外核顶部的速度结构所贡献。我们发现, S3KS-S2KS 到时差的平均值相对于 PREM 有约 0.3 s 的偏大, 可以通过外核顶部的低速层进行解释: 由于 S3KS 的射线路径更加集中于外核顶部, 因此这一低速层更显著影响 S3KS 震相, 使其到时更晚, 从而增大 S3KS-S2KS 到时差。此外, 到时差残差随震中距的变化并非线性, 这也说明外核顶部可能有着较为复杂的结构。

2.4 总结

第二章关注于 S3KS-S2KS 到时差的自动化测量及质量控制工作, 利用 SNR_{S2KS} 、 SNR_{S3KS} 、 CC_{max} 和 SIM 四个指标对数据的质量进行量化, 结果显示该流程可以有效地对到时差进行测量, 并筛选出满足要求的数据。与此同时, 广泛的数据来源 (2000 至 2019 年的地震事件) 使得分箱平均后的标准差更小, 数据测量的不确定性相对减小, 更好地反映出到时差残差分布的基本特征。图 2.4 (d) 中经过有限频校正的结果可以在后续用于外核顶部速度结构的反演工作。

我们也发现, 到时差测量结果有一定比例的离群点, 如图 2.3 (a) - (f) 所示。其中一个显著的特征是, 这些离群点分布在均值的两侧, 而非集中在某一侧。这一现象可能是由于地幔底部的 S 波波速结构具有不均匀性: 相比于 PREM, 部分地区速度更低 (如 LLSVP), 而也有部分地区速度更高, 从而导致受到地幔不均匀性的强烈影响的一些数据点分散在均值两侧。我们在之后的章节将基于数值波场模拟的方法, 从有限频敏感核和理论地震图两个方面对地幔不均匀性带来的影响进行讨论。

第三章 谱元法计算理论地震图

3.1 引言

高质量的观测数据可以帮助地震学家研究地震事件以及地球内部的结构。在数据观测之外，数据模拟同样是十分重要的一个环节。通过精确模拟地震波在地球内部的传播过程，我们可以从观测数据与理论预测的误差之间发现模型的缺陷，进而通过反演方法对地球内部结构进行更加精细的解释。波场模拟的发展方向，一方面关注于更加复杂的三维地球模型，另一方面关注于提高计算的频段。渐近方法，如广义射线理论（e.g., Helmberger 1968, Gilbert and Helmberger 1972）、WKBJ 理论（e.g., Chapman 1978）及全波理论（e.g., Richards 1973, Aki and Richards 2002）等，能够迅速地计算理论地震图，同时能够达到高频波段，是早期非常有效的一类方法，然而其输入模型一般较为简单。对于横观各向同性的一维地球模型，如 PREM、IASP91 等，半解析方法实现了计算精度和计算效率之间的平衡。一些代表性方法，如直接计算法（Direct Solution Method, e.g., Cummins et al. 1994*a, b*, Geller and Takeuchi 1995, Kawai et al. 2006）及本征模叠加法（Normal Mode Summation, e.g., Gilbert 1971, Woodhouse 1988, Dahlen and Tromp 1998, Yang et al. 2010）等，在全球尺度的波场模拟中得到了广泛的应用。对于三维地球模型，数值方法最能够体现其优势，如有限差分法（Finite-Difference Method, e.g., Boore 1972, Virieux 1984, 1986, Levander 1988）、有限元法（Finite-Element Method, e.g., Lysmer and Drake 1971, Bao et al. 1998, Bielak et al. 2003）、伪谱法（Pseudospectral Method, e.g., Kosloff et al. 1984, Furumura et al. 1998, Hung and Forsyth 1998）以及谱元法（Spectral-Element Method, e.g., Komatitsch and Tromp 1999, 2002*b*, Chaljub et al. 2003）等。尽管这些数值方法可以在复杂的三维地球模型中给出准确的理论地震图，但这些方法对于计算资源的需求都非常之大，尤其是对于高频波段的计算。由于上述方法具有不同的优势与局限，它们所发挥功能的研究领域也不尽相同。

随着计算能力的飞速发展，谱元法以其强大的建模能力，综合考虑地球模型的不均匀性、各向异性、椭率、地表起伏以及海洋、地球自转和重力场的影响（Komatitsch et al. 2005），逐渐吸引人们的广泛关注。本章对谱元法的建模和数值求解方式进行简要说明，同时介绍 AxiSEM（Nissen-Meyer et al. 2014）与 AxiSEM3D（Leng et al. 2019）这两个基于谱元法的软件在计算方面的改进之处，并给出 AxiSEM 在一维模型中和 AxiSEM3D 在三维模型中的基准测试。

3.2 谱元法简介

谱元法是一类高阶数值方法，能够满足三维不均匀地球模型中波动方程的求解，其网格的建立还可以容纳地球表面起伏的地形，最大程度地真实模拟地震波在地球内部的传播过程。谱元法最早在流体动力学模拟中进行应用（e.g., Patera 1984, Maday and Patera 1989），之后才应用到弹性波动方程（e.g., Seriani et al. 1995, Faccioli et al. 1997, Komatitsch 1997），进而在地震学领域中发展。本部分参考 Komatitsch et al. (2005) 与 Fichtner (2011) 两篇文献，从一维问题引入谱元法的基本原理，并介绍谱元法如何考虑介质的非弹性特征。

3.2.1 谱元法基本原理：一维问题举例

考虑一维的标量波动方程：

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) - \partial_x[\mu(x)\partial_x u(x,t)] = f(x,t), \quad (3.1)$$

其中 $\rho(x)$ 为密度， $\mu(x)$ 为弹性模量， $u(x,t)$ 为位移， $f(x,t)$ 为外加驱动力，符号 \ddot{u} 代表对时间的二阶导函数。自变量的取值范围是 $x \in G = [0, L]$ 和 $t \in [0, T]$ 。对于波动问题，我们考虑其自由边界条件

$$\partial_x u(x,t)|_{x=0} = \partial_x u(x,t)|_{x=L} = 0, \quad (3.2)$$

以及初始条件

$$u(x,t)|_{t=0} = \dot{u}(x,t)|_{t=0} = 0. \quad (3.3)$$

式 (4.1) 至 (4.3) 称为波动方程的强形式。谱元法求解的是弱形式的波动方程，为此，我们对式 (4.1) 两侧同时乘以一个与时间变量无关的试探函数 $w(x)$ ，并对空间变量进行积分：

$$\int_G \rho w \ddot{u} dx - \int_G w \partial_x (\mu \partial_x u) dx = \int_G w f dx, \quad (3.4)$$

为表述简洁，函数的自变量均已省略。式 (3.4) 的第二项可以表示为：

$$-\int_G w \partial_x (\mu \partial_x u) dx = -w \mu \partial_x u|_{x=0}^{x=L} + \int_G \mu (\partial_x w) (\partial_x u) dx = \int_G \mu (\partial_x w) (\partial_x u) dx, \quad (3.5)$$

其中利用了式 (3.2) 的自由边界条件，因此式 (3.4) 可以改写为：

$$\int_G \rho w \ddot{u} dx + \int_G \mu (\partial_x w) (\partial_x u) dx = \int_G w f dx. \quad (3.6)$$

需要强调的是，式 (3.6) 已经自动满足边界条件。为求解弱形式的波动方程，我们需要寻找波场 $u(x,t)$ ，使得对于任意的试探函数 $w(x)$ ，式 (3.6) 均成立，同时还要满足如下的初始条件：

$$\int_G \rho w u|_{t=0} dx = \int_G \rho w \dot{u}|_{t=0} dx = 0. \quad (3.7)$$

弱形式的波动方程不再需要单独关注自由边界条件，在这一角度更加便于数值求解。

一般情况下，当密度和弹性模量为是空间变量 x 的函数时，强形式和弱形式波动方程的解析解是不存在的。谱元法的求解过程利用 Galerkin 方法，利用 n 个取定的空间基函数 $\psi_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 对真实解 $u(x, t)$ 进行近似：

$$u(x, t) \approx \bar{u}(x, t) = \sum_{i=1}^n u_i(t) \psi_i(x), \quad (3.8)$$

其中 $\bar{u}(x, t)$ 为近似解， $u_i(t)$ 为展开系数。近似解的质量取决于基函数的选取，以及震源项 $f(x, t)$ 、模型参数 $\rho(x)$ 和 $\mu(x)$ 的性质。Galerkin 方法不追求方程的精确解，而是令近似解 $\bar{u}(x, t)$ 对所有基函数 $\psi_j(x)$ 满足弱形式的波动方程：

$$\int_G \rho \psi_j \ddot{u} dx + \int_G \mu (\partial_x \psi_j) (\partial_x \bar{u}) dx = \int_G \psi_j f dx, \quad (3.9)$$

以及相应的初始条件：

$$\int_G \rho \psi_j \bar{u}|_{t=0} dx = \int_G \rho \psi_j \dot{\bar{u}}|_{t=0} dx = 0. \quad (3.10)$$

基函数 ψ_j 同时担任了试探函数的角色。将近似解的表达式 (3.8) 代入可得：

$$\sum_{i=1}^n \ddot{u}_i \int_G \rho \psi_i \psi_j dx + \sum_{i=1}^n u_i \int_G \mu (\partial_x \psi_i) (\partial_x \psi_j) dx = \int_G \psi_j f dx. \quad (3.11)$$

式 (3.11) 对一切 $j = 1, 2, \dots, n$ 成立，可表示为矩阵方程的形式：

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (3.12)$$

其中 \mathbf{u} 为展开系数组成的向量，质量矩阵 \mathbf{M} 定义为：

$$M_{ji} = \int_G \rho(x) \psi_j(x) \psi_i(x) dx, \quad (3.13)$$

刚度矩阵 \mathbf{K} 定义为：

$$K_{ji} = \int_G \mu(x) \partial_x \psi_j(x) \partial_x \psi_i(x) dx, \quad (3.14)$$

代表外力项的 \mathbf{f} 定义为：

$$f_j(t) = \int_G \psi_j(x) f(x, t) dx. \quad (3.15)$$

上述得到式 (3.12) 的过程即为 Galerkin 投影，由此即可在时间域进行差分计算，以二

阶 Newmark 方案为例, 已知 t 时刻的位移场展开系数 $\mathbf{u}(t)$, 则 $t + \Delta t$ 时刻满足:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t + \Delta t) &= \mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{u}}(t)\Delta t^2, \\ \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) &= \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{f}(t + \Delta t) - \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t + \Delta t)], \\ \dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) &= \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{1}{2}[\ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)]\Delta t. \end{aligned} \quad (3.16)$$

结合初始条件 $\mathbf{u}(0) = \dot{\mathbf{u}}(0) = \ddot{\mathbf{u}}(0) = 0$, 利用式 (3.16) 就可以在时间轴进行递推。不难发现, 其中计算量最大的就是第二步, 时间步长 Δt 的选取将在后文涉及。

实际求解时需要将模型进行划分。考虑将空间区域 G 划分为 n_e 个元素, 每个元素记为 G_e , 同时对每一个 G_e 引入 $N + 1$ 个局部基函数 ψ_i^e ($i = 1, 2, \dots, N + 1$)。于是, 元素 G_e 内部的位移可以近似为:

$$\bar{u}(x, t)|_{x \in G_e} = \sum_{i=1}^{N+1} u_i^e(t)\psi_i^e(x). \quad (3.17)$$

此时, 矩阵方程 (3.12) 转化为:

$$\mathbf{M}^e \cdot \ddot{\mathbf{u}}^e(t) + \mathbf{K}^e \cdot \mathbf{u}^e(t) = \mathbf{f}^e(t), \quad e = 1, 2, \dots, n_e. \quad (3.18)$$

其中质量矩阵、刚度矩阵、外力项的意义不变, 只是计算时需要将式 (3.13) 至 (3.15) 中的积分区间换为 G_e , 同时以 ψ_i^e 代替 ψ_i 。在进行模型划分时, 每个元素的大小需满足 CFL 条件, 即时间步长 Δt 满足:

$$\Delta t \leq C \times \frac{\min L}{\max v}. \quad (3.19)$$

其中 C 为与问题本身相关的常数, L 为元素大小, v 为波速。在上述过程中, 我们一共引入了 $n_e(N + 1)$ 个基函数。

谱元法区别于其它数值方法的地方, 在于基函数 $\psi_i(x)$ 和积分方法的选择。为便于统一处理数值积分, 所有区间 G_e 均通过变换 F_e 与标准区间 $[-1, 1]$ 建立映射关系:

$$x = F_e(\xi), \quad \xi = \xi(x) = F_e^{-1}(x), \quad e = 1, 2, \dots, n_e, \quad (3.20)$$

这一关系在图 3.1 中进行展示。对于每一个元素, 谱元法选择以 $N + 1$ 个 Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) 点为插值点的 N 阶 Lagrange 多项式作为基函数, 共对应 $N + 1$ 个:

$$\psi_i^e[x(\xi)] = l_i(\xi), \quad \xi \in [-1, 1], \quad i = 1, 2, \dots, N + 1. \quad (3.21)$$

于是, 式 (3.11) 对应的方程在每个元素内部可以写作:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{N+1} \ddot{u}_i^e(t) \int_{-1}^1 \rho(\xi) l_i(\xi) l_j(\xi) \frac{dx}{d\xi} d\xi \\
 & + \sum_{i=1}^{N+1} u_i^e(t) \int_{-1}^1 \mu(\xi) l_i'(\xi) l_j'(\xi) \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 \frac{dx}{d\xi} d\xi \\
 & = \int_{-1}^1 l_j(\xi) f(\xi, t) \frac{dx}{d\xi} d\xi,
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

其中 l' 代表 l 的导函数, ρ 、 μ 和 f 均已替换自变量为 ξ , $j = 1, 2, \dots, N + 1$ 。根据 GLL 积分法, 式 (3.22) 中的积分可以数值计算为:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^{N+1} \ddot{u}_i^e(t) \sum_{k=1}^{N+1} \omega_k \rho(\xi_k) l_i(\xi_k) l_j(\xi_k) \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_k} \\
 & + \sum_{i=1}^{N+1} u_i^e(t) \sum_{k=1}^{N+1} \omega_k \mu(\xi_k) l_i'(\xi_k) l_j'(\xi_k) \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 \Big|_{\xi=\xi_k} \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_k} \\
 & \approx \sum_{k=1}^{N+1} \omega_k l_j(\xi_k) f(\xi_k, t) \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_k},
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

其中 ξ_k 为 GLL 点, ω_k 为对应的积分权重。GLL 积分法仅对 $2N - 1$ 阶及以下的多项式的积分结果是精确的, 因此式 (3.23) 中使用了 \approx 符号。结合 Lagrange 插值多项式的性质, 即 $l_i(\xi_k) = \delta_{ik}$, δ 为 Kronecker 符号, 我们可以将式 (3.23) 化简为矩阵方程的形式:

$$\sum_{i=1}^{N+1} M_{ji}^e \ddot{u}_i^e(t) + \sum_{i=1}^{N+1} K_{ji}^e u_i^e(t) = f_j^e(t), \quad e = 1, 2, \dots, n_e. \tag{3.24}$$

这就对应于式 (3.18), 其中质量矩阵 \mathbf{M}^e 定义为:

$$M_{ji}^e = \omega_j \rho(\xi_j) \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_j} \delta_{ji}, \tag{3.25}$$

刚度矩阵 \mathbf{K}^e 定义为:

$$K_{ji}^e = \sum_{k=1}^{N+1} \omega_k \mu(\xi_k) l_i'(\xi_k) l_j'(\xi_k) \left(\frac{d\xi}{dx} \right)^2 \Big|_{\xi=\xi_k} \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_k}, \tag{3.26}$$

代表外力项的 \mathbf{f}^e 定义为:

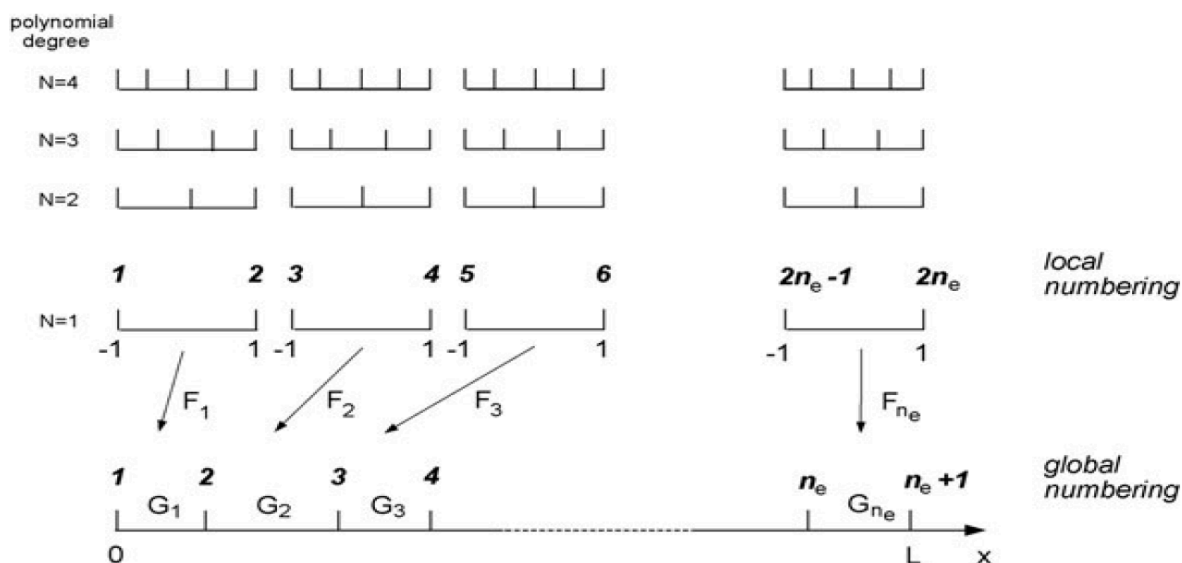


图 3.1 全局结点和局域结点的关系，图片截取自 Fichtner (2011) 的图 4.1。最下方展示的区域 $G = [0, L]$ 被划分为 n_e 个不重叠的元素，每个元素均通过变换 F_e 与标准区间 $[-1, 1]$ 进行映射。局域编号 (local numbering) 用于标定元素内部的结点，而全局编号 (global numbering) 用于确定结点在原始空间中的位置。上方展示了元素内部采用不同阶插值多项式的结点位置。

$$f_j^e(t) = \omega_j f(\xi_j, t) \frac{dx}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_j} \quad (3.27)$$

式 (3.25) 说明质量矩阵为对角阵，其逆矩阵可立刻求得，使得式 (3.16) 中的 $\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)$ 更加容易求解，这也是选取 Lagrange 插值多项式作为基函数和试探函数的优势所在。

上述分析重点关注于每一个元素内部的弱形式波动方程。为保证最终得到的 $\bar{\mathbf{u}}$ 在相邻元素之间是连续的，在式 (3.18) 基础上还需一个相对应全局波动方程：

$$\mathbf{M}^{global} \cdot \ddot{\mathbf{u}}^{global}(t) + \mathbf{K}^{global} \cdot \mathbf{u}^{global}(t) = \mathbf{f}^{global}(t). \quad (3.28)$$

全局结点和元素内部结点之间的关系如图 3.1 所示。

整体来看，谱元法以 Galerkin 方法为基础，将强形式的波动方程转化为弱形式进行求解，从而简化自由边界条件的处理。对每一个元素，谱元法选取 GLL 点作为插值结点，以 Lagrange 插值多项式作为基函数和试探函数，使得质量矩阵最终成为对角阵。最后，在局域方程的基础上，谱元法通过全局方程来保证结果在空间上的连续性。

3.2.2 非弹性介质中地震波的传播

在非弹性介质中，本构方程不再独立于时间变量，地震波在其中的传播将出现衰减和频散这两种现象。基于线性非弹性理论的假设，应力与应变之间的标量本构关系可以表示为：

$$\sigma(t) = M(t) * \dot{\varepsilon}(t) = \int_{-\infty}^t M(t - \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau, \quad (3.29)$$

其中 $*$ 符号代表卷积, σ 和 ε 分别代表应力和应变, $\dot{\varepsilon}$ 代表应变随时间的变化率, $M(t)$ 称为应力弛豫函数, 对应于弹性本构方程中的模量。根据因果性的要求, 即未来时刻的应变无法影响当下的应力状态, 当 $t < 0$ 时有 $M(t) = 0$, 因此式 (3.29) 的积分上限可写为 t 。图 3.2 (a) 展示了一种典型的非弹性介质的 $M(t)$ 曲线 (Christensen 1982), 其物理含义为物体对单位阶跃函数的应变输入所产生的应力响应, 其中定义了非松弛弹性模量 $M_U = M(0)$ 以及松弛弹性模量 $M_R = M(\infty)$, 它们的差为 $\delta M = M_U - M_R$ 。对于非弹性介质, 其应变的历史影响一般是单调衰减的, 所以有图 3.2 中单调递减的曲线。与此同时, 考虑物体具有固态行为, 即恒定的应变最终会导致非零的应力状态, 所以有 $M_R > 0$ 。将式 (3.29) 变换到频率域, 可以定义 $M(\omega)$ 为:

$$M(\omega) = i\omega \cdot \mathcal{F}[M(t)], \quad \sigma(\omega) = M(\omega)\varepsilon(\omega), \quad (3.30)$$

其中 \mathcal{F} 代表 Fourier 变换。

对于一般的 $M(t)$, 可以通过若干标准线性固体 (Standard Linear Solid, SLS) 进行构造 (Liu et al. 1976)。图 3.2 (b) 展示了其中一种 SLS 模型, 即 Maxwell 固体, 其应力弛豫函数为如下形式:

$$M(t) = (M_R + \delta M e^{-\omega_0 t}) H(t), \quad (3.31)$$

其中 $H(t)$ 为阶跃函数, $\omega_0 = 1/\tau_\sigma$, 对应的频率域模量 $M(\omega)$ 为:

$$\begin{aligned} M(\omega) &= M_R + \delta M \cdot \frac{i\omega}{i\omega + \omega_0} \\ &= M_U - \frac{\delta M}{1 + (\omega/\omega_0)^2} + i \cdot \delta M \cdot \frac{\omega/\omega_0}{1 + (\omega/\omega_0)^2}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

其中最后一步将 $M(\omega)$ 的实部和虚部分开表达。地球模型的非弹性特征通常用 $Q(\omega)$ 或其倒数来描述。对于 Maxwell 固体, 其 $Q^{-1}(\omega)$ 为:

$$Q^{-1}(\omega) = \frac{\text{Im } M(\omega)}{\text{Re } M(\omega)} = \frac{\delta M}{M_R} \cdot \frac{\frac{\omega/\omega_0}{1 + (\omega/\omega_0)^2}}{1 + \frac{\delta M}{M_R} \cdot \frac{\omega/\omega_0}{1 + (\omega/\omega_0)^2}}. \quad (3.33)$$

式 (3.33) 表现为 Debye 峰的形式, 如图 3.3 (a) 所示。

在实际计算过程中, 首先需要利用若干 SLS 来描述输入模型的 $M(\omega)$ 和 $Q^{-1}(\omega)$:

$$M(\omega) = M_R + \sum_{j=1}^N a_j \delta M \cdot \frac{i\omega}{i\omega + \omega_j}, \quad (3.34)$$

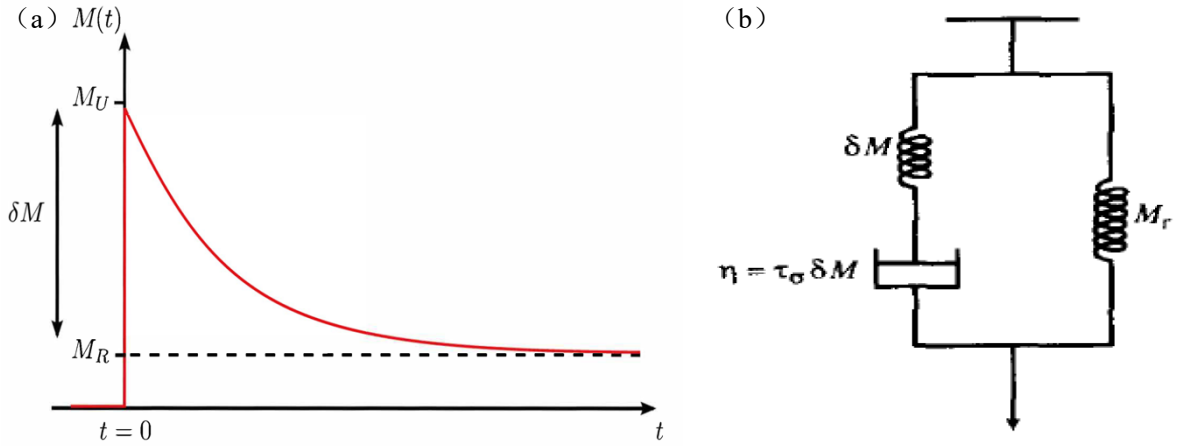


图 3.2 (a) 典型非弹性介质的应力弛豫函数 $M(t)$ ，图片截取自 van Driel and Nissen-Meyer (2014) 的图 1。 M_U 和 M_R 分别为非松弛和松弛弹性模量， $M_R > 0$ 且曲线在 0 时刻之后单调递减。(b) 通过简单弹簧和阻尼器构造 Maxwell 固体，图片截取自 Dahlen and Tromp (1998) 的图 6.4。 M_R 和 δM 分别为两个弹簧的弹性模量， η 为阻尼器的粘度， τ_σ 为应力弛豫时间。

$$Q^{-1}(\omega) = \frac{\delta M}{M_R} \cdot \frac{\sum_{j=1}^N a_j \cdot \frac{\omega/\omega_j}{1+(\omega/\omega_j)^2}}{1 + \frac{\delta M}{M_R} \cdot \left[\sum_{j=1}^N a_j \cdot \frac{\omega/\omega_j}{1+(\omega/\omega_j)^2} \right]}, \quad (3.35)$$

其中 N 为 SLS 的数量， ω_j 为每个 SLS 等效的圆频率，系数 a_j 满足 $\sum_{j=1}^N a_j = 1$ 。对于 N 的选取，SPECFEM3D 默认为 3，而 AxiSEM 默认为 5。给定 SLS 数量后，程序会通过反演问题求解 a_j 和 ω_j 共 $2N$ 个参数 (Savage et al. 2010, van Driel and Nissen-Meyer 2014)。图 3.3 展示了使用 SLS 拟合输入模型的过程，式 (3.34) 对应的时间域应力弛豫函数为：

$$M(t) = \left(M_R + \delta M \sum_{j=1}^N a_j e^{-\omega_j t} \right) H(t). \quad (3.36)$$

在得到非弹性模型，即式 (3.34) 至 (3.36) 之后，如果按照式 (3.29) 计算应力，则需要不断调取该时刻之前的应变场信息。更便捷的处理方式是引入记忆变量。将式 (3.36) 代入式 (3.29)，考虑 $t < 0$ 时 $\varepsilon(t) = 0$ 可以得到：

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \int_0^t M(t-\tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau \\ &= \int_0^t M_R H(t-\tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + \delta M \sum_{j=1}^N a_j \int_0^t e^{-\omega_j(t-\tau)} H(t-\tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (3.37)$$

对式 (3.37) 的两项分别计算，第一项可以得到：

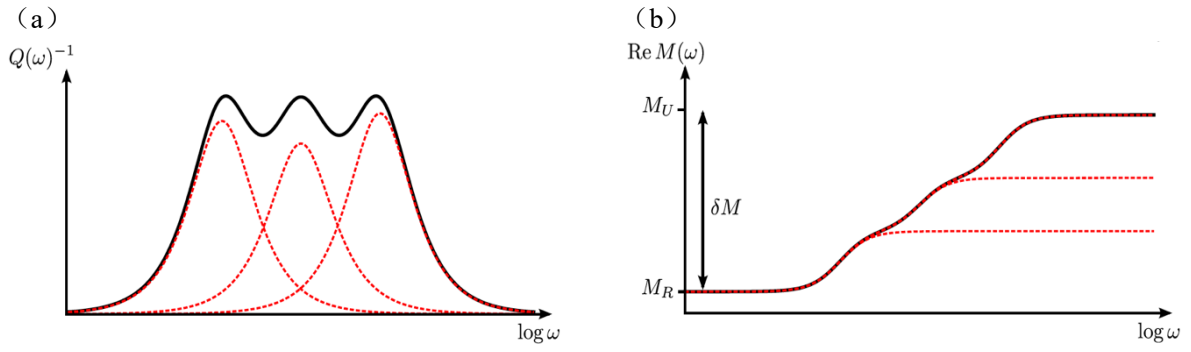


图 3.3 使用若干 SLS 构造一般的非弹性模型，图片截取自 van Driel and Nissen-Meyer (2014) 的图 2。(a) 使用 SLS 构造 $Q^{-1}(\omega)$ ，红色虚线对应各个 SLS 的 Debye 峰，黑色实线对应拟合结果。(b) 使用 SLS 构造 $M(\omega)$ ，红色虚线和黑色实线的含义同上。

$$I_1(t) = \int_0^t M_R H(t - \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau = M_R \varepsilon(t). \quad (3.38)$$

对第二项使用分部积分可以得到：

$$\begin{aligned} I_2(t) &= \delta M \sum_{j=1}^N a_j \int_0^t e^{-\omega_j(t-\tau)} H(t - \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau \\ &= \delta M \sum_{j=1}^N a_j \int_0^t [-\omega_j H(t - \tau) + \delta(t - \tau)] e^{-\omega_j(t-\tau)} \varepsilon(\tau) d\tau \\ &= -\delta M \sum_{j=1}^N a_j \omega_j \int_0^t e^{-\omega_j \tau} \varepsilon(t - \tau) H(\tau) d\tau + \delta M \varepsilon(t), \end{aligned} \quad (3.39)$$

其中最后一步进行变量替换 $\tau \rightarrow t - \tau$ ，同时利用 $\sum_{j=1}^N a_j = 1$ 这一性质。由式 (3.39) 可定义记忆变量 $\zeta^j(t)$ ：

$$\zeta^j(t) = \delta M a_j \omega_j \int_0^t e^{-\omega_j \tau} \varepsilon(t - \tau) H(\tau) d\tau. \quad (3.40)$$

于是式 (3.37) 可以化简为：

$$\sigma(t) = I_1(t) + I_2(t) = M_U \varepsilon(t) - \sum_{j=1}^N \zeta^j(t). \quad (3.41)$$

式 (3.40) 对时间 t 求导可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{\zeta}^j(t) &= \delta M a_j \omega_j \int_0^t e^{-\omega_j \tau} \dot{\varepsilon}(t-\tau) H(\tau) d\tau \\
 &= \delta M a_j \omega_j \int_0^t [-\omega_j H(\tau) + \delta(\tau)] e^{-\omega_j \tau} \varepsilon(t-\tau) d\tau \\
 &= -\omega_j \cdot \delta M a_j \omega_j \int_0^t e^{-\omega_j \tau} \varepsilon(t-\tau) H(\tau) d\tau + \delta M a_j \omega_j \varepsilon(t),
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

其中第二步使用了分部积分法。因此，记忆变量满足如下的一阶微分方程：

$$\dot{\zeta}^j(t) + \omega_j \zeta^j(t) = \delta M a_j \omega_j \varepsilon(t). \tag{3.43}$$

式 (3.43) 存在解析解， $\zeta^j(t + \Delta t)$ 可表示为 (van Driel and Nissen-Meyer 2014)：

$$\begin{aligned}
 \zeta^j(t + \Delta t) &= \zeta^j(t) e^{-\omega_j \Delta t} \\
 &\quad + \delta M a_j \varepsilon(t) \left[\frac{1}{\omega_j \Delta t} (1 - e^{-\omega_j \Delta t}) - e^{-\omega_j \Delta t} \right] \\
 &\quad + \delta M a_j \varepsilon(t + \Delta t) \left[1 - \frac{1}{\omega_j \Delta t} (1 - e^{-\omega_j \Delta t}) \right].
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

由于式 (3.43) 为一阶微分方程，故记忆变量的初始条件只需 $\zeta^j(0) = 0$, $j = 1, 2, \dots, N$ 。

将式 (3.41) 代入式 (3.1) 的一维标量波动方程，同样利用 Galerkin 方法将其转化为弱形式，可以得到：

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n \ddot{u}_i \int_G \rho \psi_i \psi_j dx + \sum_{i=1}^n u_i \int_G M_U (\partial_x \psi_i) (\partial_x \psi_j) dx \\
 - \int_G (\partial_x \psi_j) \left(\sum_{k=1}^N \zeta^k \right) dx = \int_G \psi_j f dx.
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

因此，在非弹性介质中与式 (3.12) 对应的矩阵方程为：

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t) - \mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t), \tag{3.46}$$

其中非弹性项 $\mathbf{z}(t)$ 定义为：

$$z_j(t) = \int_G \partial_x \psi_j(x) \cdot \left[\sum_{k=1}^N \zeta^k(x, t) \right] dx. \tag{3.47}$$

仿照式 (3.16)，非弹性介质中时间步长的更新可按如下步骤进行：

- a. 第一步： $\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}(t)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{u}}(t)\Delta t^2$.
- b. 第二步：根据式 (3.44) 计算 $\zeta^j(t + \Delta t)$ ，进而得到 $\mathbf{z}(t + \Delta t)$.
- c. 第三步： $\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) = \mathbf{M}^{-1}[\mathbf{f}(t + \Delta t) + \mathbf{z}(t + \Delta t) - \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}(t + \Delta t)]$.

d. 第四步: $\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) = \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{1}{2}[\ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)]\Delta t$.

实际计算时, SPEC-FEM3D 和 AxiSEM 中涉及非弹性介质的计算参数均为高阶参数, 一般都保持其为默认值, 只需在模型中给定 Q_κ 和 Q_μ 即可。

3.3 SPEC-FEM3D: 三维地球模型中求解波动方程

对于三维弹性波动方程, 谱元法的求解思路与 3.2.1 节的叙述一致, 因此这一部分省略繁琐的公式, 仅结合 SPEC-FEM3D_GLOBE(e.g., Komatitsch 2002, Tromp et al. 2008) 的应用对一些细节进行说明。

在模型划分方面, 基于“cubed sphere”的概念 (Sadourny 1972, Ronchi et al. 1996), SPEC-FEM3D 首先将地球分为 6 块 (block), 如图 3.4 所示。之后, 这 6 块再划分为更小的谱元, 划分时要保证各块之间的边界是完美匹配的。由于 SPEC-FEM3D 选取阶数为 $N = 4$ 的 GLL 积分法, 因此每一个谱元均包含 $5^3 = 125$ 个结点。SPEC-FEM3D 的建模过程涉及的重要参数如表 3.1 所示, 记 NPROC_XI 和 NPROC_ETA 均为 n , 则正演模拟一共需要 $6n^2$ 个处理器。谱元的大小与地震波的最高频率相关, 数值模拟可以分辨的最短周期 T_{min} (单位为秒) 与参数 NEX_XI 有如下近似关系:

$$T_{min} \approx \frac{256}{NEX_XI} \times 17. \quad (3.48)$$

根据式 (3.48) 和表 3.1 中的参数介绍, 可结合实际问题与计算资源合理设置建模参数。

在计算过程中, SPEC-FEM3D 支持不同的模式, 比如正演计算 (forward simulation) 以及计算敏感核 (见第 4 章) 所需的伴随波场计算 (kernel simulation)。对于正演计算, 还需要提供地震震源的 CMT 文件以及台站的相关信息。由于数值模拟的最短分辨周期

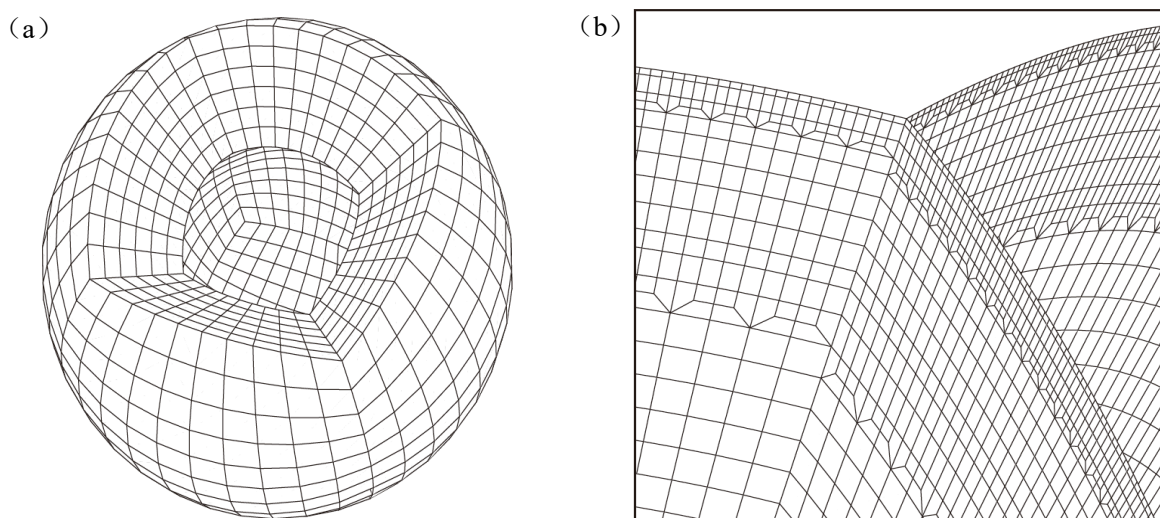


图 3.4 全球模型的谱元划分示例, 截取自 Komatitsch et al. (2005) 的图 3 和图 4。(a) 将地球分解为 6 块。(b) 在地壳和上地幔中, 模型划分更加密集。

表 3.1 SPECFEM3D 在建模过程涉及的重要参数

参数名称	参数介绍
NPROC_XI	每块的其中一条边对应的处理器个数。
NPROC_ETA	每块的另一条边对应的处理器个数。对于全球尺度的地震波场模拟，NPROC_ETA 与 NPROC_XI 相等。
NEX_XI	每块的其中一条边对应的谱元个数。NEX_XI 应为 16 的倍数，同时也应为 $8 \times \text{NPROC_XI}$ 的倍数。
NEX_ETA	每块的另一条边对应的谱元个数。对于全球尺度的地震波场模拟，NEX_ETA 与 NEX_XI 相等。

满足式 (3.48) 的关系，因此若采用阶跃函数或 δ 函数作为震源时间函数，结果中会存在许多高频噪声。不过，通过与最短分辨周期对应的高斯震源时间函数进行卷积，上述高频噪声可以被有效去除 (Komatitsch and Tromp 2002a)。对于 SPECFEM3D，最短分辨周期每减半，谱元数量会变为原来的 8 倍，时间步长会相应减半，在模拟总时长不变的情况下，所耗费的时间是原先的大约 16 倍。

3.4 AxiSEM: 轴对称地球模型中求解波动方程

3.3 节中介绍的 SPECFEM3D 可以在三维地球模型中模拟地震波的传播，然而它耗费的存储与计算资源也十分庞大。对于大尺度地球内部结构的研究，在参考一维模型中 (如 PREM, IASP91 等) 计算理论地震图是最基本和常见的工作。这些模型的参数只与半径 r 有关，因此对地球的任一直径均具有旋转对称性。基于这一性质，AxiSEM 将问题进行“降维”，仅在二维半圆平面内求解弱形式的波动方程，进而利用波场在环向的性质解析扩充至三维情形 (Nissen-Meyer et al. 2007, 2008, 2014)。

根据本征模叠加理论，不考虑介质非弹性时，阶跃函数形式的地震矩张量所激发的波场 $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ 有如下形式 (Dahlen and Tromp 1998, eq. 4.67) :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{1}{n\omega_l^2} {}_n\mathbf{A}_l(\mathbf{r}) [1 - \cos(n\omega_l t)], \quad (3.49)$$

其中 $n\omega_l$ 代表阶数 (overtone number) 为 n 、角向指标 (angular degree) 为 l 的本征模的圆频率，矢量振幅因子 ${}_n\mathbf{A}_l(\mathbf{r})$ 刻画了地球自由振荡的形态。地震矩张量 \mathbf{M} 在震源坐标系 $(\hat{\mathbf{r}}_S, \hat{\boldsymbol{\theta}}_S, \hat{\boldsymbol{\phi}}_S)$ 中描述，其 6 个独立的分量由 $M_{rr}, M_{\theta\theta}, M_{\phi\phi}, M_{r\theta}, M_{r\phi}, M_{\theta\phi}$ 来表示。计算时 AxiSEM 首先对坐标系进行旋转，将震源移动至北极下方，因此式 (3.49) 中的位置坐标 \mathbf{r} 实际是在以震源作为北极的球坐标系中描述的，其基矢量由 $(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\phi}})$ 表示。

在这样的定义下, 矢量振幅因子 ${}_n\mathbf{A}_l(\mathbf{r})$ 的表达式为 (Dahlen and Tromp 1998, eq. 10.52):

$${}_n\mathbf{A}_l(r, \theta, \phi) = \frac{2l+1}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} {}_nU_l(r)\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{k} \left[{}_nV_l(r)\partial_\theta + \frac{{}_nW_l(r)}{\sin\theta}\partial_\phi \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ + \frac{1}{k} \left[\frac{{}_nV_l(r)}{\sin\theta}\partial_\phi - {}_nW_l(r)\partial_\theta \right] \hat{\boldsymbol{\phi}} \end{array} \right\} {}_nA_l(\theta, \phi), \quad (3.50)$$

其中 $k = \sqrt{l(l+1)}$, U, V, W 代表本征模的径向函数, 而标量因子 ${}_nA_l(\theta, \phi)$ 可表示为 (Dahlen and Tromp 1998, eqs 10.53-10.59):

$${}_nA_l(\theta, \phi) = a_0 P_{l0}(\cos\theta) + (a_1 \cos\phi + b_1 \sin\phi) P_{l1}(\cos\theta) + (a_2 \cos 2\phi + b_2 \sin 2\phi) P_{l2}(\cos\theta), \quad (3.51)$$

其中 $P_{lm}(x)$ 为连带勒让德函数, 各个系数满足:

$$a_0 = M_{rr}U'_S + (M_{\theta\theta} + M_{\phi\phi}) \frac{U_S - \frac{1}{2}kV_S}{r_S}, \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{k} \left[M_{r\theta} \left(V'_S - \frac{V_S}{r_S} + \frac{kU_S}{r_S} \right) - M_{r\phi} \left(W'_S - \frac{W_S}{r_S} \right) \right] \\ b_1 = \frac{1}{k} \left[M_{r\phi} \left(V'_S - \frac{V_S}{r_S} + \frac{kU_S}{r_S} \right) + M_{r\theta} \left(W'_S - \frac{W_S}{r_S} \right) \right] \end{cases}, \quad (3.53)$$

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{kr_S} \left[\frac{1}{2} (M_{\theta\theta} - M_{\phi\phi}) V_S - M_{\theta\phi} W_S \right] \\ b_2 = \frac{1}{kr_S} \left[\frac{1}{2} (M_{\theta\theta} - M_{\phi\phi}) W_S + M_{\theta\phi} V_S \right] \end{cases}. \quad (3.54)$$

其中 $U_S = {}_nU_l(r_S)$, $U'_S = {}_nU'_l(r_S)$ 为导函数, r_S 为震源所在半径, 其余同理。由式(3.50)和(3.51)可知, 波场 $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ 可以进行 Fourier 展开, 按照 $\cos m\phi$ 中 m 的数值可将震源分为单极子项 ($m=0$)、偶极子项 ($m=1$) 和四极子项 ($m=2$):

- a. 单极子项 (式 3.52): M_{rr} 和 $M_{\theta\theta} + M_{\phi\phi}$
 - b. 偶极子项 (式 3.53): $M_{r\theta}$ 和 $M_{r\phi}$, 两者在 ϕ 方向有 $\pi/2$ 相位差, 可合并计算
 - c. 四极子项 (式 3.54): $\frac{1}{2}(M_{\theta\theta} - M_{\phi\phi})$ 和 $M_{\theta\phi}$, 两者有 $\pi/4$ 相位差, 可合并计算
- 对于上述的每一项, 其对应波场的各个分量均可表示为 $u_i(r, \theta, t) \cdot f_i(\cos m\phi, \sin m\phi)$ 的形式, 因此仅需数值求解半圆平面内的二维波场, 大大降低了运算时间。

综上, AxiSEM 将地震矩张量分解为 4 项: 2 个单极子项, 1 个偶极子和 1 个四极子项。在计算时, 这 4 项被分到不同的任务中, 在二维半圆平面内计算各自对应的波场, 最后利用 ϕ 方向的性质将它们拓展至三维空间并进行叠加。

由于均以谱元法为基础, AxiSEM 与 SPECFEM3D 在谱元划分的参数设置上有相似之处, 如表 3.2 所示, 其中一个划分的示例如图 3.5 所示。因为 AxiSEM 将震源分为

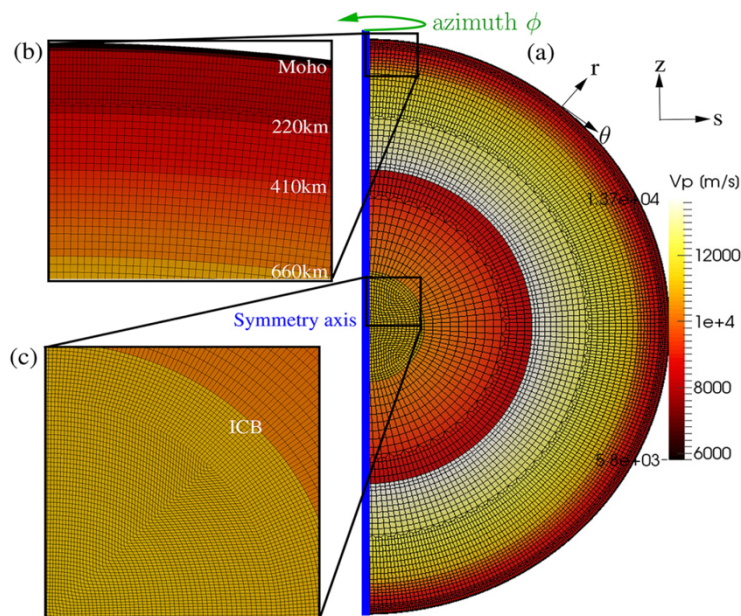


图 3.5 AxiSEM 在半圆平面内的谱元划分示例，截取自 Nissen-Meyer et al. (2014) 的图 3，背景颜色代表 PREM 的 P 波波速。(a) 对应最小分辨周期为 20 s 的谱元划分，蓝色实线为旋转对称轴。(b) 和 (c) 对应最小分辨周期为 5 s 的谱元划分，分别对地壳与上地幔部分以及 ICB 进行了放大图示。

表 3.2 AxiSEM 在建模过程涉及的重要参数

参数名称	参数介绍
NTHETA_SLICES	纬度方向的切片划分（对应的处理器个数），可取 1、2、4 或 4 的倍数；AxiSEM 可以提供一个参考值供选择。
NRADIAL_SLICES	径向的切片划分（对应的处理器个数），可取 1 或 8 的倍数。计算高频成分应设置为较大的数值；当 NTHETA_SLICES 小于 64 时，可以直接设置 NRADIAL_SLICES 为 1。
DOMINANT_PERIOD	数值计算的最短分辨周期，决定谱元的大小。
EL_PER_LAMBDA	对应于最短分辨周期的波长所包含的谱元个数，默认值为 1.5。

4 项，所以一共需要 $4 \times \text{NTHETA_SLICES} \times \text{NRADIAL_SLICES}$ 个处理器进行计算。此外，AxiSEM 直接根据最小分辨周期来确定谱元素的大小，默认设置为每个波长包含 1.5 个谱元素，即 $\text{EL_PER_LAMBDA} = 1.5$ 。

为验证 AxiSEM 的正确性，我们使用一维各向异性、考虑衰减的 PREM 模型进行基准测试，与 DSM（直接算法，Kawai et al. 2006）和 MINEOS（本征模叠加，Gilbert 1971, Woodhouse 1988, Yang et al. 2010）的计算结果进行比较。AxiSEM 和 DSM 的最高分辨频率均为 0.25 Hz，MINEOS 最高计算到频率为 0.25 Hz 的本征模，震源深度设置在 600 km。这样选择的目的是为了与 S3KS-S2KS 到时差测量的频段（0.01 - 0.2 Hz）

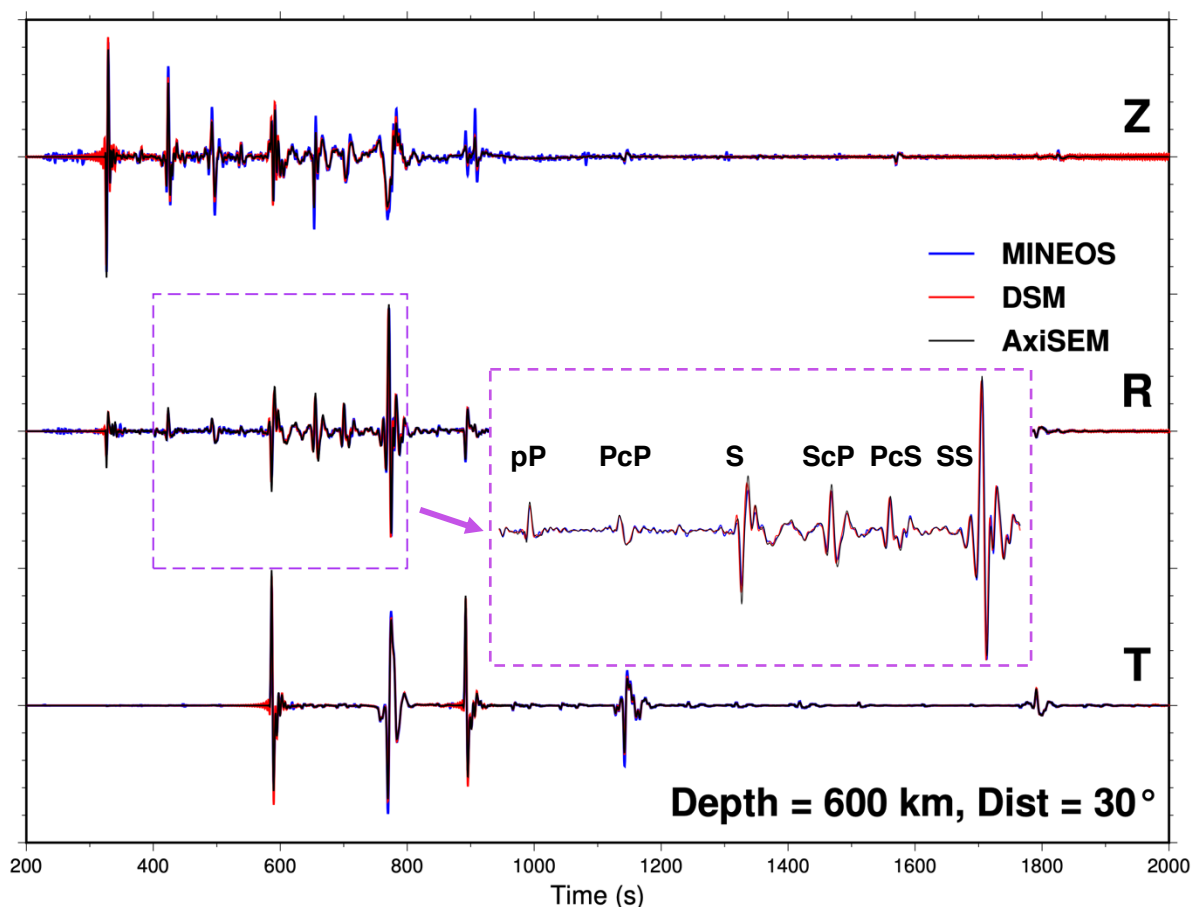


图 3.6 AxiSEM 的基准测试，其中震源深度为 600 km，台站震中距约为 30°，RTZ 三分量均为速度波形，同时经过 0.2 Hz 的低通滤波处理。图中的横轴为时间轴，以发震时刻作为计时零点，蓝色、红色和黑色波形分别代表 MINEOS、DSM 和 AxiSEM 的结果。径向分量（R 分量）在 400-800 s 内的波形进行了放大展示，部分震相进行了标注。

和选取的深源地震事件相匹配。图 3.6 和 3.7 分别展示了台站震中距为 30°和 120°的基准测试结果，波形均转换到速度分量，并且经过 0.2 Hz 的低通滤波。对于震中距为 30°的结果，三种方法得到的波形可以相互匹配。由于 DSM 和 MINEOS 均是通过半解析方法进行求解，相比数值方法的 AxiSEM 在震相初动位置有更多的噪声，但是在震相的主要部分均可实现较好的匹配。图 3.6 展示的基准测试说明三种方法都是正确的，均能够提供高质量的理论地震图。对于震中距为 120°的结果，MINEOS 在 R 和 Z 分量波形中有较明显的噪声，同时一些震相的振幅存在差别，但整体而言三种方法都给出了较为一致的理论地震图。在图 3.7 中，S2KS 和 S3KS 部分的波形进行了放大展示，从中可以看到三种方法计算的波形在我们所关心的震相部分实现了非常好的匹配。这充分证明，利用 AxiSEM 计算一维模型中地震波的传播，可以有效、合理地给出 S3KS-S2KS 到时差的理论值。

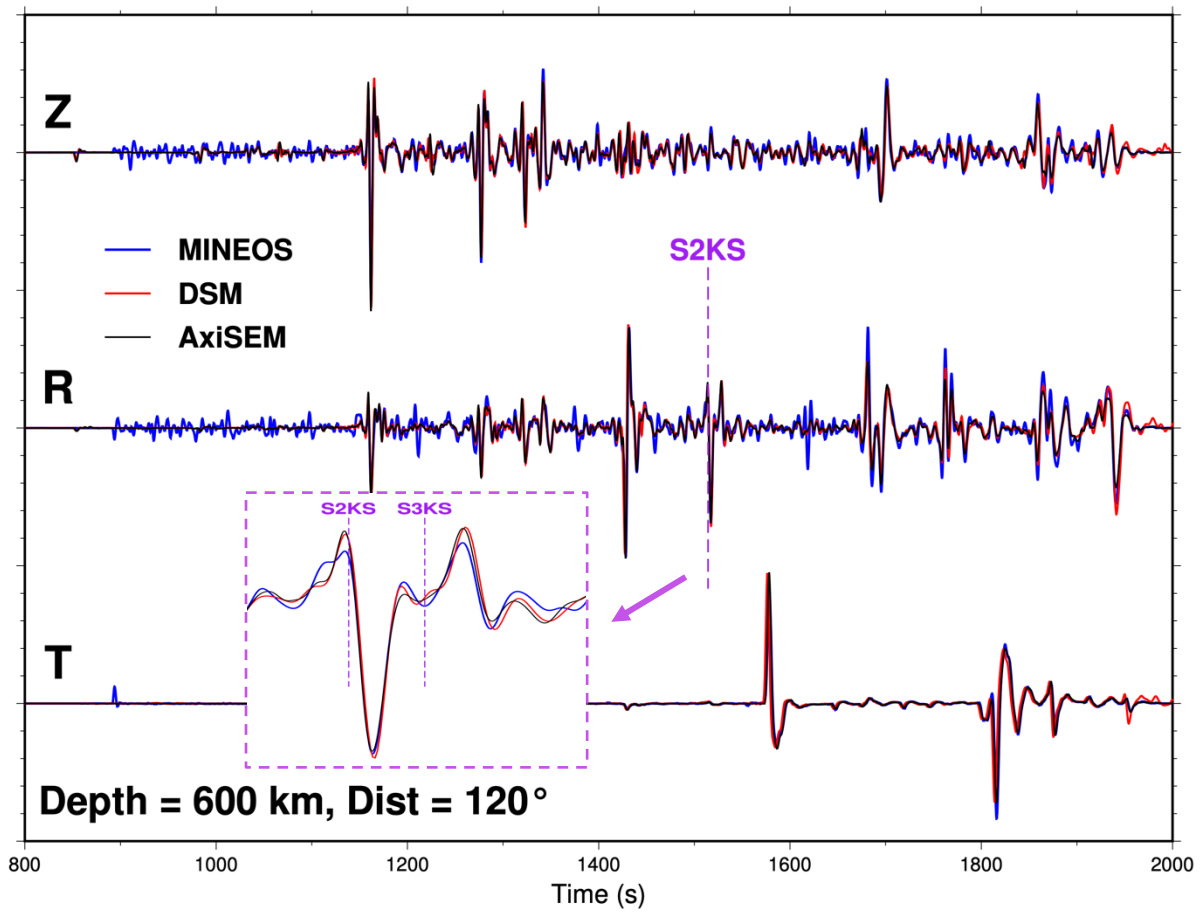


图 3.7 AxiSEM 的基准测试，其中震源深度为 600 km，台站震中距约为 120° ，RTZ 三分量均为速度波形，同时经过 0.2 Hz 的低通滤波处理。坐标轴与各颜色的含义与图 3.6 相同，径向分量（R 分量）在 S2KS 和 S3KS 附近的波形进行了放大展示。

3.5 AxiSEM3D: 全球尺度波场模拟的高效计算

在 AxiSEM 的基础上，AxiSEM3D 利用 Fourier 展开将三维复杂地球模型中的波场求解同样转化为二维问题，以实现更高效的计算（Leng et al. 2016, 2019）。一般情形的弹性波动方程可以表述为如下形式：

$$\mathcal{L}u = f \quad (3.55)$$

其中算子 $\mathcal{L} = \mathcal{L}(r, \theta, \phi)$ 由模型参数决定， $\mathbf{u} = \mathbf{u}(r, \theta, \phi, t)$ 为位移场， $\mathbf{f} = \mathbf{f}(r, \theta, \phi, t)$ 为等效力源。这三项均可进行 Fourier 展开：

$$\mathbf{u}(r, \theta, \phi, t) \approx \sum_{|\alpha| \leq N_u} \mathbf{u}^\alpha(r, \theta, t) \exp(i\alpha\phi), \quad (3.56)$$

$$\mathbf{f}(r, \theta, \phi, t) = \sum_{|\beta| \leq N_f} \mathbf{f}^\beta(r, \theta, t) \exp(i\beta\phi), \quad (3.57)$$

$$\mathcal{L}(r, \theta, \phi) = \sum_{|\gamma| \leq N_v} \mathcal{L}^\gamma(r, \theta) \exp(i\gamma\phi), \quad (3.58)$$

其中 \mathbf{u} 的展开式当 $N_u \rightarrow +\infty$ 时两侧才是严格相等，故对于有限的 N_u 使用 \approx 符号表示渐进性，其余两式中的 N_f 和 N_v 都是已知的信息 (Leng et al. 2016)。因为在三维地球模型中，密度结构一般比波速结构更加平滑，于是算子 \mathcal{L} 的展开阶数由 N_v 决定。对于地震矩张量，根据 3.4 节可知 $N_f = 2$ 。在求解过程中，式 (3.57) 和 (3.58) 中的展开系数 $\mathbf{f}^\beta(r, \theta, t)$ 和 $\mathcal{L}^\gamma(r, \theta)$ 均为已知，AxiSEM3D 通过它们在二维半圆平面内求解 $\mathbf{u}^\alpha(r, \theta, t)$ ，最终由式 (3.56) 得到 $\mathbf{u}(r, \theta, \phi, t)$ ，从而实现更加高效的计算。

对于式 (3.56) 的 Fourier 展开，截断阶数 N_u 必然是与坐标点 (r, θ) 相关的，但我们并不容易先验地分析 $N_u(r, \theta)$ 的形态。为此，AxiSEM3D 提供了一个 N_u 场的学习机制 (Leng et al. 2019)：在第一次波场计算中， $N_{u0}(r, \theta)$ 设置为一个足够大的常数，计算时程序记录每一个点对应的真实截断阶数 $N_{u,learn}(r, \theta)$ ，即当 α 更大时 Fourier 展开系数可以忽略。这样，当地球模型保持相近、震源位置不发生较大变化时，在新一次的波场计算中可以直接输入 $N_{u,learn}(r, \theta)$ ，从而避免冗余的计算，进一步提高效率。

AxiSEM3D 使用 Salvus (Afanasiev et al. 2017) 进行建模，之后将读取模型文件用于波场计算。图 3.8 (a) 给出了 AxiSEM3D 和 SPECFEM3D 在三维地幔模型 S40RTS

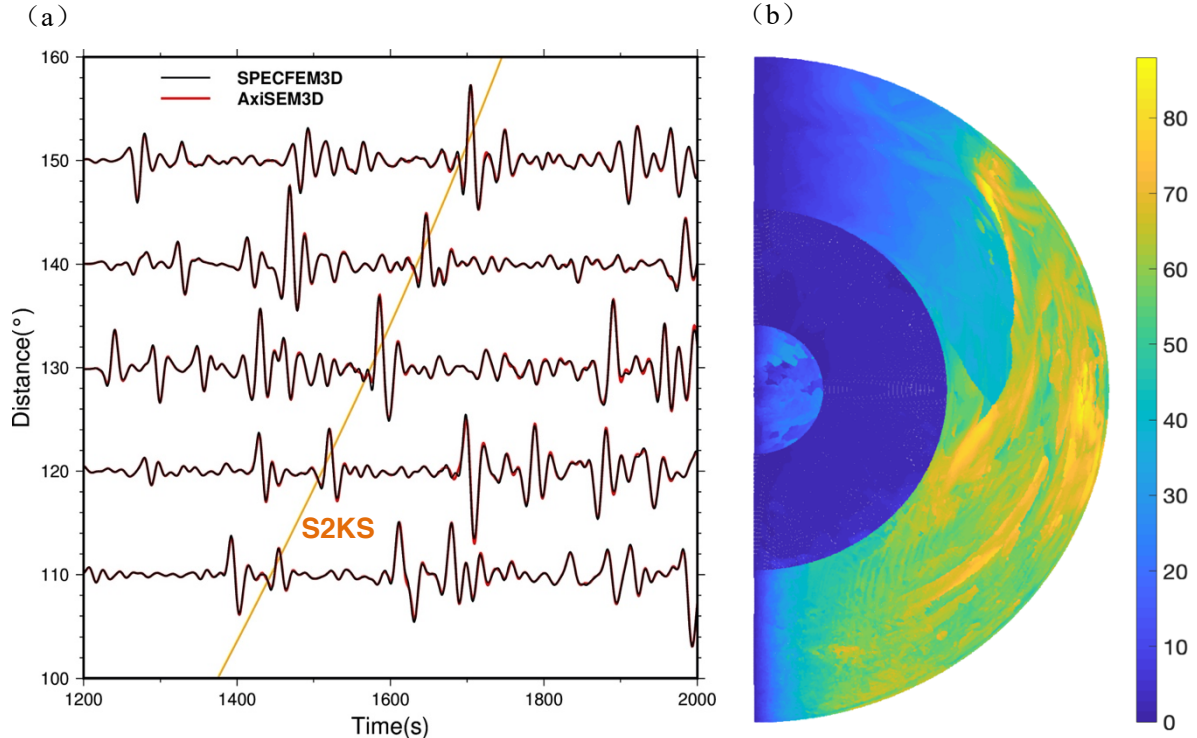


图 3.8 AxiSEM3D 的基准测试，震源深度为 600 km。(a) 径向速度分量波形的比较，波形均经过 0.005-0.06 Hz 的滤波处理。横轴为时间轴，以发震时刻作为计时零点，红色和黑色波形分别代表 AxiSEM3D 和 SPECFEM3D 的结果。SKKS 的到时曲线也绘制在图中，以便识别相关震相。(b) 基准测试对应的 N_u 场，颜色代表 N_u 在各点处的取值。

表 3.3 AxiSEM3D 与 SPECFEM3D 基准测试涉及的重要参数

AxiSEM3D		
参数名称	取值	含义
MODEL_3D_VOLUMETRIC_LIST	s40rts	仅在地幔中考虑不均匀性，引入 S40RTS 模型
MODEL_3D_ELLIPTICITY_MODE	geographic	将震源和台站的地理坐标转换为地心坐标时，考虑地球的椭率，与 SPECFEM3D 的默认设置一致
DOMINANT_PERIOD	15	在此条件下, Salvus 生成 $NEX_XI = NEX_ETA = 640$ 的模型，对应于 SPECFEM3D 取值为 320 的情况，此时模型的最短分辨周期为 13.6 s
EL_PER_LAMBDA	1.5	
AUTO_BAND	true	自动决定衰减频段，与 SPECFEM3D 一致
ATTENUATION_SPECFEM_LEGACY	true	处理介质非弹性的方式与 SPECFEM3D 保持一致，但在实际应用中，AxiSEM 系列的默认方法更加高效
SPECFEM3D		
NEX_XI	320	根据式 (3.48)，模型的最短分辨周期为 13.6 s
NEX_ETA	320	
MODEL	s40rts_1Dcrust	仅在地幔中考虑不均匀性，引入 S40RTS 模型
ATTENUATION	true	考虑介质的非弹性，计算结果包含衰减的影响

表 3.4 AxiSEM3D 与 SPECFEM3D 在基准测试中的运行时间

	SPECFEM3D	AxiSEM3D ($N_u = 300$)	AxiSEM3D ($N_{u,learn}$)
运行时间 (CPU 小时)	~510 小时	~624 小时	~84 小时

中的基准测试，其中震源深度为 600 km，台站震中距范围 110°-150°。基准测试中考虑了衰减的作用，对于介质非弹性的处理方式与 SPECFEM3D 保持一致，同时转换到径向速度分量进行比较，并经过 0.005-0.06 Hz 的滤波处理。从图 3.8 (a) 中可以看到，两种方法几乎可以实现点对点的精确匹配，证明式 (3.56) 对位移的 Fourier 展开是合理的，AxiSEM3D 的计算结果是正确的。第一次计算时我们使用 $N_u = 300$ ，图 3.8 (b) 给出了最终学习得到的 $N_{u,learn}$ ，可以发现 Fourier 展开阶数最高仅在 100 左右，说明 $N_u = 300$ 的基准测试是足够精准的，在此之后我们又使用 $N_{u,learn}$ 进行计算，可以得到一致的结果。表 3.3 介绍了计算过程中需要强调的一些参数设置，程序运行时间的比

较如表 3.4 所示。使用学习得到的 $N_{u,learn}$ 可明显减少计算时间，由于 AxiSEM3D 的时间复杂度为 $O(N_v^q \omega^3)$ ，其中 N_v 为模型的 Fourier 截断阶数，与 N_u 正相关， q 为大于 1 的常数， ω 为最高分辨频率，而 SPECSEM3D 的时间复杂度为 $O(\omega^4)$ ，因此频率越高 AxiSEM3D 的相对优势越显著 (Leng et al. 2016, 2019)。事实上， $N_u = 300$ 的选择远远偏大，假设首次计算使用 $N_u = 200$ ，那么程序运行时间约为 416 CPU 小时，已经少于 SPECSEM3D 的耗时。

3.6 总结

第三章首先从一维问题入手介绍谱元法的基本原理，以及对于非弹性介质的处理手段，之后依次介绍 SPECSEM3D, AxiSEM 和 AxiSEM3D 三个基于谱元法的计算理论地震图的软件，并对 AxiSEM 系列进行了基准测试。谱元法的强大之处在于结合高质量的网格建模工具，计算三维复杂地球模型中的地震波传播。从基本原理来看，谱元法基于 Galerkin 方法，求解弱形式的波动方程。Gauss-Lobatto-Legendre 插值点 (GLL 点) 的选取，保证了数值积分的精度，同时使得质量矩阵为对角阵，大大降低矩阵求逆的工作量。AxiSEM、MINEOS 和 DSM 的基准测试，以及 AxiSEM3D 和 SPECSEM3D 的基准测试，均说明了这些方法的正确性。与此同时，对 S2KS 和 S3KS 波形部分的验证，肯定了使用 AxiSEM 系列软件从波形角度研究 S3KS-S2KS 到时差的合理性。

第四章 伴随波场法计算敏感核

4.1 引言

在地球学层析成像技术中，敏感核刻画了观测数据的小变化与地球介质参数的微小扰动之间的线性关系。以射线理论的走时成像为例，某一震相到时的扰动量 δT 和地球内部速度结构的相对扰动量 $\delta \ln v = \delta v/v$ 可以通过如下公式进行描述：

$$\delta T = \int_L K_v(\mathbf{r}) \cdot \frac{\delta v(\mathbf{r})}{v(\mathbf{r})} \cdot ds(\mathbf{r}), \quad (4.1)$$

其中 L 代表射线路径， \mathbf{r} 为地球内部一点的坐标， $s(\mathbf{r})$ 为路径 L 上的一点， $K_v(\mathbf{r})$ 就是走时关于相对速度扰动的敏感核。实际应用中，由于人们经常使用离散化的地球模型，因此式 (4.1) 更多以离散求和形式进行表述：

$$\delta T = \sum_{i=1}^N K_v(\mathbf{r}_i) \cdot \frac{\delta v(\mathbf{r}_i)}{v(\mathbf{r}_i)}. \quad (4.2)$$

其中 N 为射线路径穿过的体元总数， \mathbf{r}_i 为各个体元的位置坐标。在射线理论框架和离散模型条件下，走时敏感核的计算公式为：

$$K_v(\mathbf{r}) = \frac{\delta T}{\delta v(\mathbf{r})} \cdot v(\mathbf{r}). \quad (4.3)$$

事实上，震相的到时 T 为地球模型参数的函数，式 (4.2) 即可类比于多元函数的一阶 Taylor 近似。

改写式 (4.2) 可以得到走时反演方法的基本方程：

$$\Delta T = \sum_{i=1}^N K_v(\mathbf{r}_i) \cdot \frac{\Delta v(\mathbf{r}_i)}{v(\mathbf{r}_i)}. \quad (4.4)$$

其中 ΔT 对应于走时残差，可以通过测量得到，而 $\Delta v(\mathbf{r}_i)$ 对应速度模型在 \mathbf{r}_i 处的改进量，是待求解的部分。在本章中，我们将使用 δx 表示人为引入的扰动，而用 Δx 表示数据或模型的残差。走时敏感核 $K_v(\mathbf{r}_i)$ 可以通过式 (4.3) 进行计算，即对参考模型中 \mathbf{r}_i 处的波速引入微小扰动 $\delta v(\mathbf{r}_i)$ ，在扰动的模型里重新计算走时，这一走时与参考模型中得到的走时的差别即为 δT 。不难发现，敏感核的计算是层析成像的关键一步，它实际上利用了正演的方法，在射线理论框架下就是结合给定的模型求解程函方程。

然而，程函方程是高频近似的结果，而实际地震波的频率成分远不止高频部分。利用有限频敏感核求解反演问题的思路，首先由 Marquering et al. (1999)，Dahlen et al. (2000)，Zhao et al. (2000) 等提出。在给定的模型下，有限频敏感核的计算不再利

用程函方程，而是直接从波动方程出发，其中最典型的两种推导方式分别是散射积分法（Scattering Integral, Zhao et al. 2005）和伴随波场法（Adjoint Wavefield, Tromp et al. 2005）。这两种方法在原理上是等价的，不过在计算方式上存在差异（Chen et al. 2007）。本章根据 Tromp et al. (2005) 与 Zhao and Chevrot (2011a) 两篇文献，梳理伴随波场法计算有限频敏感核的理论公式，并且介绍 MC Kernel (Stähler et al. 2016) 这一计算敏感核的软件。

4.2 波形敏感核

弹性介质中的矢量波动方程可以表示为：

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot [\mathbf{C} : (\nabla \mathbf{u})] = \mathbf{f}, \quad (4.5)$$

其中 ρ 为介质的密度， \mathbf{u} 为位移矢量， $\ddot{\mathbf{u}}$ 代表对位移矢量求两阶时间导数，即加速度矢量， \mathbf{C} 为四阶弹性张量， \mathbf{f} 为外加体力矢量，符号 $:$ 代表张量的并联式双点乘，比如 $\mathbf{A} : \mathbf{B} = A_{ij} B_{ij}$ 。对于地震矩密度为 $\mathbf{m}(t)$ 、位置为 \mathbf{r}_S 的地震事件，其等效体力为（Aki and Richards 2002）：

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{m}(t) \cdot \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_S). \quad (4.6)$$

波动方程的二阶格林张量 $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)$ 满足：

$$\rho \ddot{\mathbf{G}} - \nabla \cdot [\mathbf{C} : (\nabla \mathbf{G})] = \mathbf{I} \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(t), \quad (4.7)$$

其中 \mathbf{r}_0 代表源点、 \mathbf{r} 代表场点， \mathbf{I} 为二阶单位张量，点源瞬时力默认作用在 0 时刻。格林张量的某一分量 $G_{ij}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_0)$ 表示由 j 方向的点源瞬时力在 \mathbf{r}_0 处激发的地震波在位置 \mathbf{r} 、时刻 t 接收到的 i 分量位移。结合格林张量，式 (4.5) 的解可以表示为：

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \int_{\oplus} \int_0^{t_s} \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}_0, \tau) d\tau d^3 \mathbf{r}_0, \quad (4.8)$$

其中 \oplus 符号代表地球， t_s 代表震源的最长持续时间，式 (4.8) 即为表示定理。

考虑波动方程在参考模型中以式 (4.5) 表达，假设在此基础上引入微小的模型扰动，此时我们可以认为位移场的扰动也为小量。因此，对于相同的震源，扰动后的位移场满足：

$$(\rho + \delta\rho)(\ddot{\mathbf{u}} + \delta\ddot{\mathbf{u}}) - \nabla \cdot \{(\mathbf{C} + \delta\mathbf{C}) : [\nabla(\mathbf{u} + \delta\mathbf{u})]\} = \mathbf{f}, \quad (4.9)$$

将式 (4.9) 与 (4.5) 相减，忽略二阶及以上的小量可以得到：

$$\delta\rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho \delta\ddot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot [\delta\mathbf{C} : (\nabla \mathbf{u})] - \nabla \cdot [\mathbf{C} : (\nabla \delta\mathbf{u})] = \mathbf{0}. \quad (4.10)$$

式 (4.10) 可以整理为关于扰动场 $\delta\mathbf{u}$ 的波动方程：

$$\rho \delta \ddot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot [\mathbf{C} : (\nabla \delta \mathbf{u})] = -\delta \rho \ddot{\mathbf{u}} + \nabla \cdot [\delta \mathbf{C} : (\nabla \mathbf{u})], \quad (4.11)$$

结合表示定理，扰动场 $\delta \mathbf{u}$ 可以表示为：

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = & - \int_{\oplus} \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot \delta \rho(\mathbf{r}_Q) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}_Q, \tau) d\tau d^3 \mathbf{r}_Q \\ & + \int_{\oplus} \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot \{\nabla^Q \cdot [\delta \mathbf{C}(\mathbf{r}_Q) : \nabla^Q \mathbf{u}(\mathbf{r}_Q, \tau)]\} d\tau d^3 \mathbf{r}_Q. \end{aligned} \quad (4.12)$$

其中 \mathbf{r}_Q 代表地球内部任意一点（图 4.1）， ∇^Q 代表对 \mathbf{r}_Q 的坐标进行求偏导运算。由于格林张量 $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_Q)$ 和参考位移场 $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ 在 $t < 0$ 时的值均为 0，因此对于时间 τ 的积分上下限可如上选取。根据高斯定理，我们可以得到如下等式：

$$\begin{aligned} & \int_{\oplus} \int_0^t \nabla^Q \cdot \{\mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot [\delta \mathbf{C}(\mathbf{r}_Q) : \nabla^Q \mathbf{u}(\mathbf{r}_Q, \tau)]\}^T d\tau d^3 \mathbf{r}_Q \\ = & \int_{\partial \oplus} \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot [\delta \mathbf{C}(\mathbf{r}_Q) : \nabla^Q \mathbf{u}(\mathbf{r}_Q, \tau)] \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_Q) d\tau dS(\mathbf{r}_Q) \\ = & \int_{\partial \oplus} \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot [\delta \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}_Q, \tau) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}_Q)] d\tau dS(\mathbf{r}_Q) = 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

其中 $\partial \oplus$ 表示地球自由表面， $\mathbf{n}(\mathbf{r}_Q)$ 为表面法向量， $dS(\mathbf{r}_Q)$ 代表面元，符号 $[\]^T$ 代表二阶张量的转置。式（4.13）的第二个等号利用应力张量的表达式 $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\nabla \mathbf{u})$ ，最后一个等号利用参考模型及扰动模型中的自由边界条件，即表面牵引力 $\mathbf{T}(\mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$ 。

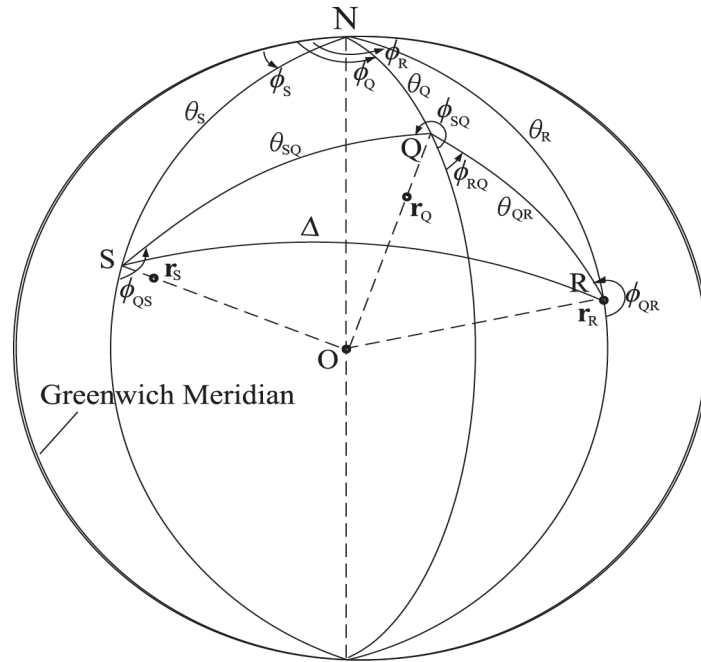


图 4.1 用于计算敏感核的震源 \mathbf{r}_S ，台站 \mathbf{r}_R 以及地球内部任意一点 \mathbf{r}_Q 之间的几何关系，图片截取自 Zhao and Chevrot (2011a) 的图 1。S、R 和 Q 是 \mathbf{r}_S 、 \mathbf{r}_R 和 \mathbf{r}_Q 在地表的投影点，由于台站一般位于地表，因此 \mathbf{r}_R 与 R 重合。从波形敏感核的物理意义来看， \mathbf{r}_Q 即为散射点。

在式 (4.13) 基础上, 结合恒等式 $\nabla \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T = (\nabla \mathbf{A})^{213} : \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{B})$, 其中 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 均为二阶张量, 符号 $[\]^{213}$ 代表对三阶张量的前两个指标进行转置, 式 (4.12) 的第二项可以进行改写, 从而得到:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = & - \int_{\oplus} \int_0^t \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \cdot \delta \rho(\mathbf{r}_Q) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}_Q, \tau) d\tau d^3 \mathbf{r}_Q \\ & - \int_{\oplus} \int_0^t [\nabla^Q \mathbf{G}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q)]^{213} : [\delta \mathbf{C}(\mathbf{r}_Q) : \nabla^Q \mathbf{u}(\mathbf{r}_Q, \tau)] d\tau d^3 \mathbf{r}_Q. \end{aligned} \quad (4.14)$$

式 (4.14) 即为 Born 一阶近似下扰动位移场的表达式 (e.g., Snieder and Nolet 1987, Zhao and Dahlen 1996, Zhao et al. 2000), 该式的物理图像为: 由地震震源 \mathbf{r}_S 激发的位移场 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 在任意 \mathbf{r}_Q 点的模型扰动处发生一次散射, 散射点作为新的力源激散发射场, 进而传播到位置 \mathbf{r} 。Born 一阶近似的实质就是仅考虑波场经历一次散射的结果, 在前述推导过程中对应仅保留一阶小量。若考虑各阶散射场, 扰动场 $\delta \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ 则可表示为 Lippmann-Schwinger 方程的形式 (Lippmann and Schwinger 1950, Dahlen and Tromp 1998)。由于 $\delta \rho$ 的贡献较小, 因此式 (4.14) 一般仅保留第二项, 将其展开为分量式可得:

$$\delta u_n(\mathbf{r}, t) = - \int_{\oplus} \int_0^t \partial_i^Q G_{nj}(\mathbf{r}, t - \tau; \mathbf{r}_Q) \delta C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) \partial_k^Q u_l(\mathbf{r}_Q, \tau) d\tau d^3 \mathbf{r}_Q. \quad (4.15)$$

式 (4.15) 给出了 n 方向位移分量的扰动场, 其中运用了爱因斯坦求和规则。一般情况下, 在台站 \mathbf{r}_R 处的扰动场是我们所关心的, 类比式 (4.3) 我们可以得到台站处 n 方向的位移 $u_n(\mathbf{r}_R, t)$ 相对地球内部一点 \mathbf{r}_Q 的任一弹性张量分量 C_{ijkl} 的相对扰动的敏感核:

$$K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = -C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) \cdot \partial_i^Q G_{nj}(\mathbf{r}_R, t; \mathbf{r}_Q) * \partial_k^Q u_l(\mathbf{r}_Q, t), \quad (4.16)$$

其中 $*$ 符号代表卷积, 对应于式 (4.15) 中关于时间 τ 的积分。式 (4.16) 给出的是波形敏感核, 由于波形是时间的函数, 所以此处的敏感核也是时间的函数。利用敏感核的表达式, 对于台站处的扰动位移 $\delta u_n(\mathbf{r}_R, t)$, 式 (4.15) 可以表述为更简洁的形式:

$$\delta u_n(\mathbf{r}_R, t) = \int_{\oplus} K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \delta \ln C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) d^3 \mathbf{r}_Q. \quad (4.17)$$

根据式 (4.16), 如果我们需要计算对地球内部任意一点 \mathbf{r}_Q 的敏感核, 那么就要给出所有 \mathbf{r}_Q 到台站 \mathbf{r}_R 的格林张量, 显然非常不便于计算。结合格林张量的互易性, 即 $G_{nj}(\mathbf{r}_R, t; \mathbf{r}_Q) = G_{jn}(\mathbf{r}_Q, t; \mathbf{r}_R)$, 便可以将格林张量转化到同一个点源 \mathbf{r}_R , 只需要一次正演计算就可以得到任意 \mathbf{r}_Q 点的格林张量。由于格林张量的各个分量实际上也是位移场, 此处定义伴随波场 $u_j^\dagger(\mathbf{r}_Q, t)$ 如下:

$$u_j^\dagger(\mathbf{r}_Q, t) = G_{jn}(\mathbf{r}_Q, t; \mathbf{r}_R). \quad (4.18)$$

式 (4.18) 所表示的, 是由位于 \mathbf{r}_R 的一个 n 方向点源脉冲力激发的波场在地球内部任意一点 \mathbf{r}_Q 记录到的 j 方向波形。我们同样可以定义伴随应变场 $\varepsilon_{ij}^\dagger(\mathbf{r}_Q, t)$:

$$\varepsilon_{ij}^\dagger(\mathbf{r}_Q, t) = \frac{1}{2} [\partial_j^Q u_i^\dagger(\mathbf{r}_Q, t) + \partial_i^Q u_j^\dagger(\mathbf{r}_Q, t)]. \quad (4.19)$$

因此式 (4.16) 可以进一步改写为:

$$K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = -C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) \cdot \varepsilon_{ij}^\dagger(\mathbf{r}_Q, t) * \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}_Q, t), \quad (4.20)$$

其中 $\varepsilon_{kl}(\mathbf{r}_Q, t)$ 为参考位移场 $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ 对应的应变场, 在推导式 (4.20) 时利用了弹性张量的对称性, 即 $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk}$ 。“伴随”二字表示波场是从台站处激发的, 相对于地震震源产生的波场。式 (4.20) 实际就对应于伴随波场法的推导 (Tromp et al. 2005), 其清晰表达了波形敏感核的计算涉及参考波场和伴随波场之间的卷积。

在实际应用中, 更常使用的是关于一维各向同性介质的波形敏感核, 在此条件下, 弹性张量及其扰动可以表示为:

$$C_{ijkl} = \left(\kappa - \frac{2}{3}\mu \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (4.21)$$

$$\delta C_{ijkl} = \delta \kappa \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta \mu \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right), \quad (4.22)$$

其中 κ 为体积模量, μ 为剪切模量, δ_{ij} 为 Kronecker 符号。根据敏感核的定义, 可以得到:

$$\begin{aligned} \delta u_n(\mathbf{r}_R, t) &= \int_{\oplus} K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \delta \ln C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) d^3 \mathbf{r}_Q \\ &= \int_{\oplus} [K_{\kappa}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \delta \ln \kappa(\mathbf{r}_Q) + K_{\mu}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \delta \ln \mu(\mathbf{r}_Q)] d^3 \mathbf{r}_Q. \end{aligned} \quad (4.23)$$

在式 (4.23) 中代入式 (4.20) 和 (4.22), 可以得到如下等式:

$$\begin{aligned} & -\varepsilon_{ij}^\dagger * \varepsilon_{kl} \cdot \left[\delta \kappa \delta_{ij} \delta_{kl} + \delta \mu \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \right] \\ &= -[\varepsilon_{ii}^\dagger * \varepsilon_{kk}] \cdot \delta \kappa - 2 \cdot \left[\varepsilon_{ij}^\dagger * \varepsilon_{ji} - \frac{1}{3} \varepsilon_{ii}^\dagger * \varepsilon_{kk} \right] \cdot \delta \mu \\ &= \frac{K_{\kappa}^{u_n}}{\kappa} \cdot \delta \kappa + \frac{K_{\mu}^{u_n}}{\mu} \cdot \delta \mu, \end{aligned} \quad (4.24)$$

为简单起见, 式 (4.24) 中的自变量已省去。于是, 关于 κ 和 μ 的波形敏感核可表示为:

$$K_{\kappa}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = -\kappa(\mathbf{r}_Q) \cdot [\varepsilon_{ii}^{\dagger}(\mathbf{r}_Q, t) * \varepsilon_{kk}(\mathbf{r}_Q, t)], \quad (4.25)$$

$$K_{\mu}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = -2\mu(\mathbf{r}_Q) \cdot [D_{ij}^{\dagger}(\mathbf{r}_Q, t) * D_{ji}(\mathbf{r}_Q, t)], \quad (4.26)$$

其中二阶张量 \mathbf{D} 和 \mathbf{D}^{\dagger} 为参考波场和伴随波场对应的无迹偏应变张量，其定义为：

$$D_{ij}(\mathbf{r}_Q, t) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_Q, t) - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}. \quad (4.27)$$

结合 P 波波速 α 和 S 波波速 β 的表达式：

$$\alpha = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (4.28)$$

我们可以得到关于地震波波速的波形敏感核：

$$K_{\alpha}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = 2 \cdot \left[1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{\mu(\mathbf{r}_Q)}{\kappa(\mathbf{r}_Q)} \right] \cdot K_{\kappa}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t), \quad (4.29)$$

$$K_{\beta}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) = 2 \cdot \left[K_{\mu}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) - \frac{4}{3} \cdot \frac{\mu(\mathbf{r}_Q)}{\kappa(\mathbf{r}_Q)} \cdot K_{\kappa}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \right]. \quad (4.30)$$

再次说明，以上推导的波形敏感核均是关于介质参数的相对改变量，如式 (4.17) 所示。波形敏感核的计算需要参考波场和伴随波场的信息：参考波场是地震震源激发的，而伴随波场是点源脉冲在台站处激发的波场。此外，波形敏感核也是其它观测量敏感核的基础。

4.3 任意观测量的敏感核

基本所有的观测量都是通过对波形进行线性操作得到的，因此这些观测量的扰动也可以表示为波形扰动 $\delta \mathbf{u}(\mathbf{r}_R, t)$ 的线性泛函 (Zhao and Chevrot 2011a)。考虑从 n 分量的波形记录 $u_n(\mathbf{r}_R, t)$ 中得到观测量 $O_n(\mathbf{r}_R)$ ，其扰动量 $\delta O_n(\mathbf{r}_R)$ 可以表示为：

$$\delta O_n(\mathbf{r}_R) = \int_0^T J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t) \cdot \delta u_n(\mathbf{r}_R, t) dt. \quad (4.31)$$

其中 $J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t)$ 为对应于观测量 O_n 的积分因子，0 时刻为发震时刻， T 为波形记录的总时长。式 (4.31) 不对 n 进行求和，下同。将波形扰动的表达式 (4.17) 代入式 (4.31)，我们可以得到：

$$\begin{aligned}\delta O_n(\mathbf{r}_R) &= \int_0^T J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t) \cdot \left[\int_{\oplus} K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) \delta \ln C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) d^3 \mathbf{r}_Q \right] dt \\ &= \int_{\oplus} \left[\int_0^T J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t) \cdot K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) dt \right] \cdot \delta \ln C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) d^3 \mathbf{r}_Q.\end{aligned}\quad (4.32)$$

因此, 观测量 O_n 对 \mathbf{r}_Q 处弹性张量分量 C_{ijkl} 的相对变化的敏感核为:

$$K_{C_{ijkl}}^{O_n}(\mathbf{r}_Q) = \int_0^T J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t) \cdot K_{C_{ijkl}}^{u_n}(\mathbf{r}_Q, t) dt. \quad (4.33)$$

比较式 (4.31) 和 (4.33), 我们发现: 为获得观测量 O_n 而对波形 u_n 进行的线性操作, 与为获得观测量敏感核 $K_{C_{ijkl}}^{O_n}$ 而对波形敏感核 $K_{C_{ijkl}}^{u_n}$ 进行的线性操作是一致的。此外, 由于观测量 O_n 不再是时间 t 的函数, 观测量敏感核 $K_{C_{ijkl}}^{O_n}$ 也与时间 t 无关。

式 (4.33) 也可利用伴随波场进行表示。将式 (4.16) 代入, 为表述简洁在第二步之后仅保留积分变量, 我们可以得到:

$$\begin{aligned}K_{C_{ijkl}}^{O_n}(\mathbf{r}_Q) &= -C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) \cdot \int_0^T J^{O_n}(\mathbf{r}_R, t) \cdot [\partial_i^Q G_{nj}(\mathbf{r}_R, t; \mathbf{r}_Q) * \partial_k^Q u_l(\mathbf{r}_Q, t)] dt \\ &= -C_{ijkl} \cdot \int_0^T J^{O_n}(t) \cdot \left[\int_0^t \partial_i^Q G_{nj}(t - \tau) \cdot \partial_k^Q u_l(\tau) d\tau \right] dt \\ &= -C_{ijkl} \cdot \int_0^T \left[\int_{\tau}^T J^{O_n}(t) \cdot \partial_i^Q G_{nj}(t - \tau) dt \right] \partial_k^Q u_l(\tau) d\tau \\ &= -C_{ijkl} \cdot \int_0^T \left[\int_0^{T-\tau} J^{O_n}(T - t) \cdot \partial_i^Q G_{nj}(T - t - \tau) dt \right] \partial_k^Q u_l(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (4.34)$$

其中第二步利用了卷积的表达式, 第三步进行了积分变量的交换, 最后一步进行了变量替换 $t \rightarrow T - t$ 。定义伴随波源 $f^\dagger(\mathbf{r}, t)$ 为:

$$f^\dagger(\mathbf{r}, t) = J^{O_n}(\mathbf{r}_R, T - t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_R), \quad (4.35)$$

且该力源沿 n 方向, 则根据表示定理, 伴随位移场的 j 方向分量 $u_j^\dagger(\mathbf{r}_Q, \tau)$ 为:

$$\begin{aligned}u_j^\dagger(\mathbf{r}_Q, \tau) &= \int_{\oplus} \int_0^\tau G_{jn}(\mathbf{r}_Q, \tau - t; \mathbf{r}) \cdot f^\dagger(\mathbf{r}, t) dt d^3 \mathbf{r} \\ &= \int_0^\tau G_{jn}(\mathbf{r}_Q, \tau - t; \mathbf{r}_R) \cdot J^{O_n}(T - t) dt \\ &= \int_0^\tau G_{nj}(\mathbf{r}_R, \tau - t; \mathbf{r}_Q) \cdot J^{O_n}(T - t) dt,\end{aligned}\quad (4.36)$$

其中第二步通过对空间变量积分得到, 最后一步运用格林张量的互易性。在伴随位移场的基础上, 我们便可由式 (4.19) 得到伴随应变场, 于是式 (4.34) 可进一步化简为:

$$K_{C_{ijkl}}^{O_n}(\mathbf{r}_Q) = -C_{ijkl}(\mathbf{r}_Q) \cdot \int_0^T \varepsilon_{ij}^\dagger(\mathbf{r}_Q, T - \tau) \cdot \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}_Q, \tau) d\tau. \quad (4.37)$$

式 (4.37) 的推导利用了弹性张量的对称性。至此, 对于从 n 方向位移 $u_n(\mathbf{r}_R, t)$ 测量得到的观测量 $O_n(\mathbf{r}_R)$, 我们定义了对应的伴随波源、伴随波场, 并给出了 O_n 关于弹性张量 C_{ijkl} 的相对变化的敏感核 $K_{C_{ijkl}}^{O_n}(\mathbf{r}_Q)$ 。任意观测量相对于 κ 和 μ 的敏感核可同样通过式 (4.25) 和 (4.26) 计算, 只是伴随波场需要利用式 (4.35) 和 (4.36) 进行计算。

4.4 互相关到时的敏感核

对于互相关到时的敏感核, 我们只需找到其对应的积分因子 $J^{T_n}(\mathbf{r}_R, t)$ 即可。依旧考虑对 n 方向波形进行测量, 记参考模型中计算的理论地震图为 $u_n(\mathbf{r}_R, t)$, 实际观测到的波形为 $d_n(\mathbf{r}_R, t)$ 。假设参考模型比较接近于真实模型, 同时认为观测波形可以表示为 $d_n(\mathbf{r}_R, t) = u_n(\mathbf{r}_R, t) + \delta u_n(\mathbf{r}_R, t)$, 则对于某一震相, 我们可以将观测到时相对理论到时的残差记作 δT_n 。利用互相关方法, δT_n 满足:

$$\left. \frac{\partial C_n(t)}{\partial t} \right|_{t=\delta T_n} = 0. \quad (4.38)$$

$C_n(t)$ 为 $d_n(\mathbf{r}_R, t)$ 和 $u_n(\mathbf{r}_R, t)$ 的互相关函数:

$$C_n(t) = \int_{t_1}^{t_2} d_n(\mathbf{r}_R, \tau + t) \cdot u_n(\mathbf{r}_R, \tau) d\tau, \quad (4.39)$$

其中 $[t_1, t_2]$ 为互相关测量时窗。将式 (4.39) 代入式 (4.38), 对 $d_n(\mathbf{r}_R, t)$ 进行替换, 仅保留一阶小量可以得到:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial C_n(t)}{\partial t} \right|_{t=\delta T_n} &= \int_{t_1}^{t_2} d_n'(\tau + \delta T_n) \cdot u_n(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^{t_2} [u_n'(\tau + \delta T_n) + \delta u_n'(\tau)] \cdot u_n(\tau) d\tau \\ &= \int_{t_1}^{t_2} [u_n'(\tau) + u_n''(\tau)\delta T_n + \delta u_n'(\tau)] \cdot u_n(\tau) d\tau \\ &= \left(\frac{1}{2} u_n^2 + u_n \delta u_n \right) \Big|_{t_1}^{t_2} + \delta T_n \int_{t_1}^{t_2} u_n''(\tau) u_n(\tau) d\tau - \int_{t_1}^{t_2} u_n'(\tau) \delta u_n(\tau) d\tau \\ &= \delta T_n \int_{t_1}^{t_2} u_n''(\tau) u_n(\tau) d\tau - \int_{t_1}^{t_2} u_n'(\tau) \delta u_n(\tau) d\tau = 0. \end{aligned} \quad (4.40)$$

为避免混淆，式 (4.40) 中的记号 u' 代表 u 对时间的导函数，同时函数的自变量仅保留了与积分相关的变量。在式 (4.40) 的推导过程中，第三步运用了函数的一阶 Taylor 近似，第四步运用了分部积分法，最后一步假设波形在时窗 $[t_1, t_2]$ 中经过了尖灭处理 (tapering)，即 $u(t_1) = u(t_2) = 0$ 。由此，我们可以得到 δT_n 的表达式：

$$\delta T_n = \frac{\int_{t_1}^{t_2} u'_n(\tau) \delta u_n(\tau) d\tau}{\int_{t_1}^{t_2} u''_n(\tau) u_n(\tau) d\tau} = - \frac{\int_{t_1}^{t_2} u'_n(\tau) \delta u_n(\tau) d\tau}{\int_{t_1}^{t_2} [u'_n(\tau)]^2 d\tau}, \quad (4.41)$$

其中第二步对分母运用了分部积分法，于是可以得到：

$$J^{Tn}(\mathbf{r}_R, t) = - \frac{w(t) u'_n(\mathbf{r}_R, t)}{\int_0^T w(\tau) [u'_n(\mathbf{r}_R, \tau)]^2 d\tau} \quad (4.42)$$

其中 $w(t)$ 代表互相关的时间窗 $[t_1, t_2]$ 。式 (4.42) 说明，在前述假设下，互相关到时的敏感核仅需要计算在参考模型中传播的地震波场，与实际地震图和真实模型无关。

为直观展示敏感核的计算过程，这里给出 Tromp et al. (2005) 中的一个示例，用于计算二维均匀模型中直达 SH 震相的到时敏感核。震源和台站的位置关系如图 4.2 所示，图 4.3 展示了伴随波源的构造过程，从中可以观察到伴随波源是速度波形经过时间逆转和极性反转的结果，对应于式 (4.42) 的结果。图 4.4 给出了敏感核的计算过程，其中进行相互作用的正演波场和伴随波场的传播过程是截然相反的，对应于式 (4.37) 中正演波场的时间变量为 τ ，而伴随波场的时间变量为 $T - \tau$ 。这也可以从一次散射的物理图像进行理解，即散射前后两段路径的传播时长的总和应为震相的到时。

对于互相关到时差敏感核，比如 S3KS-S2KS 到时差的敏感核，可以说明其等于 S3KS 到时敏感核与 S2KS 到时敏感核之差，不过需要保证两个震相在各自时间窗内的波形是相似的 (Tromp et al. 2005, Yuan et al. 2016)，即需要对相移进行校正。第五章将给出 S3KS-S2KS 到时差敏感核，并用其分析地幔不均匀性的影响。

4.5 MC Kernel 简介

MC Kernel (Stähler et al. 2016) 是一个开源的、用于敏感核计算的软件，其依赖于 AxiSEM 进行波场正演计算。根据式 (4.37)，敏感核的计算需要同时知道参考应变场的信息 $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}_Q, t)$ 以及伴随应变场的信息 $\boldsymbol{\varepsilon}^\dagger(\mathbf{r}_Q, T - t)$ 。首先，我们需要利用 AxiSEM 进行两次正演计算，分别将实际地震事件激发的波场，以及从台站处的点源脉冲力激发的格林张量记录到文件中。MC Kernel 利用这两个存储的波场，先将伴随波源与格林张量进行卷积得到伴随波场，进而通过敏感核表达式得到最终结果。目前，MC Kernel 支持互相关到时和振幅敏感核的计算。

敏感核信息可以输出到二维或三维网格中，相关的网格建模可以通过软件 CUBIT (<https://cubit.sandia.gov>) 实现。二维网格是更为推荐的设置，这可以大幅降低运算时间和存储空间的需求，对于定性分析地幔底部不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响也是充分的。因此，MC Kernel 输出的敏感核均投影在从震源至台站的大圆弧路径的剖面上，以便后续分析与使用。

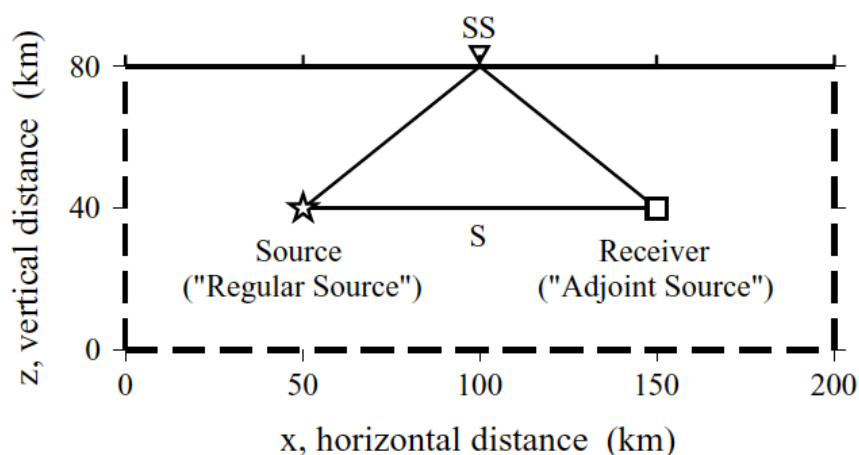


图 4.2 震源和台站位置示意图，图片截取自 Tromp et al. (2005) 的图 1。图 4.3 和 4.4 均是建立在该模型的基础之上。图中实线边界代表自由表面，虚线边界代表吸收边界。SH 波对应的 S 和 SS 震相的射线路径在图中进行了标注。

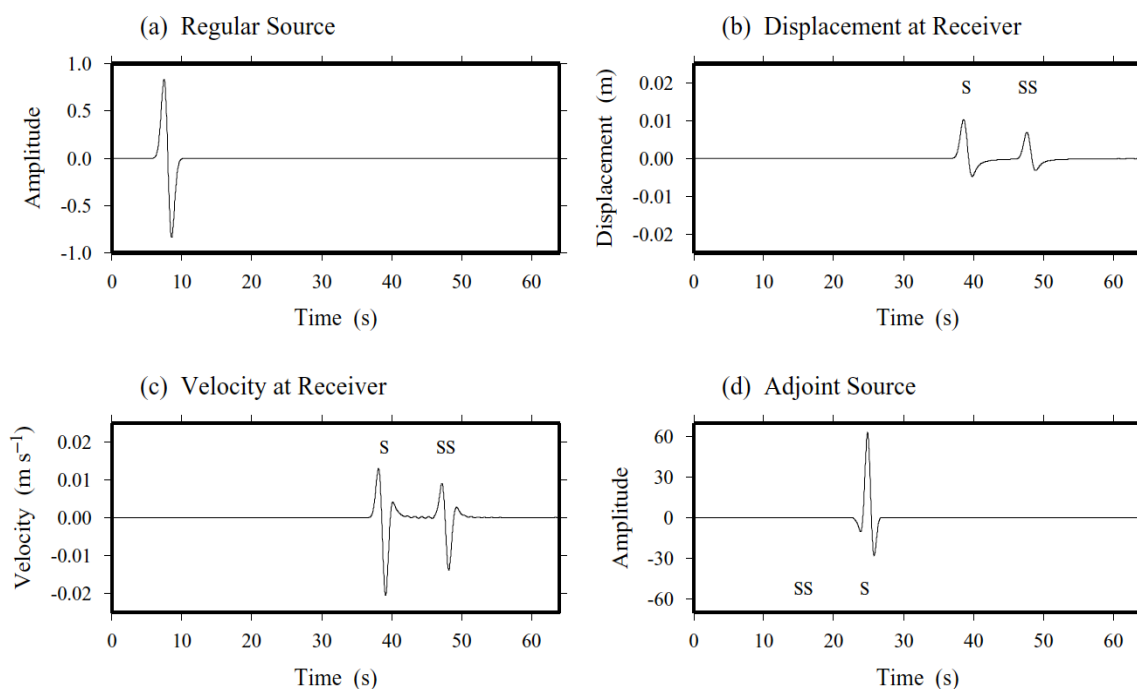


图 4.3 对应于直达 SH 波敏感核的伴随波源的构造过程，波形均对应图 4.2 中的 y 分量，图片截取自 Tromp et al. (2005) 的图 2。(a) 震源时间函数。(b) 台站接收到的 S 和 SS 震相的位移波形。(c) 台站接收到的速度波形。(d) 对应于 S 震相的伴随波源，可以关注到它对应于速度波形的时间逆转和极性反转的结果。

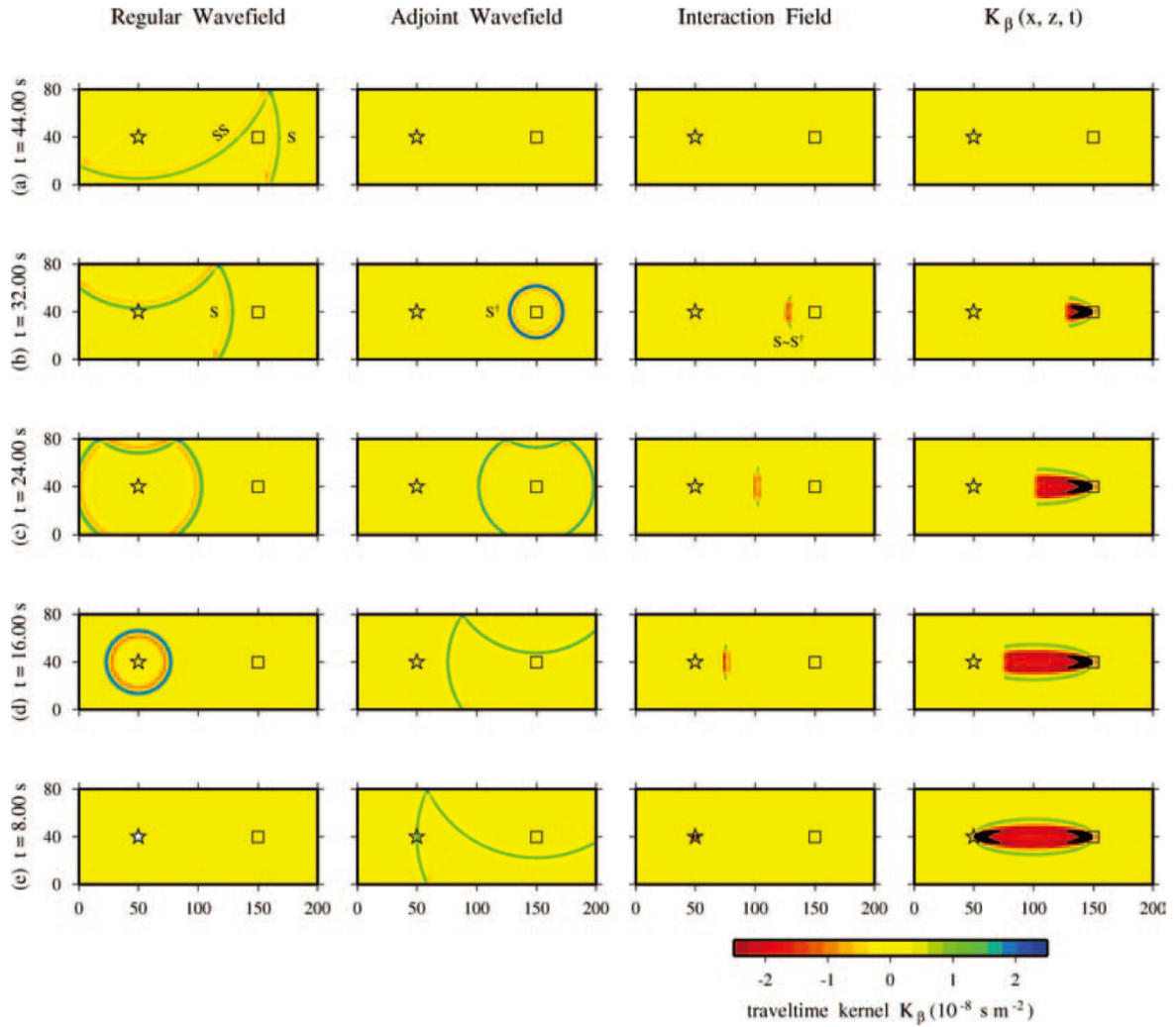


图 4.4 直达 SH 震关于 S 波波速的相对敏感核的计算过程，图片截取自 Tromp et al. (2005) 的图 3。背景模型对应图 4.2，伴随波源对应图 4.3，震源和台站分别以五角星和正方形表示。第一列至第四列分别展示正演波场、伴随波场、相互作用场及敏感核在各个时间点的快照。第一行至第五行分别对应第 44 秒（图 a）、第 32 秒（图 b）、第 24 秒（图 c）、第 16 秒（图 d）和第 8 秒（图 e）的结果。图（b）当中，S 代表正演波场， S^{\dagger} 代表伴随波场， $S \sim S^{\dagger}$ 代表正演波场和伴随波场相互作用的部分，可类比于式（4.37）中的被积函数 $\varepsilon_{ij}^{\dagger}(\mathbf{r}_Q, T - \tau) \cdot \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}_Q, \tau)$ 在某一时刻的取值。

第五章 地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响

5.1 S3KS-S2KS 到时差敏感核

在第四章的基础之上，我们利用 AxiSEM 和 MC Kernel 计算 S3KS-S2KS 到时差的敏感核。在 4.4 节最后我们提到，到时差敏感核可以通过两个震相的到时敏感核相减得到，不过要注意各自震相在对应时间窗内的波形是相似的。由于在第二章的测量过程中，我们使用的是径向分量的速度波形，且对 S3KS 波形进行了 Hilbert 变换，因此在计算敏感核时，伴随波源（式 4.35 和 4.42）同样通过径向分量的速度波形得到，同时对 S3KS 时间窗内的波形进行 Hilbert 变换。图 5.1 展示了在最短分辨周期为 4 s 的条件下，S2KS、S3KS 到时关于 S 波波速的相对敏感核，以及 S3KS-S2KS 到时差关于 S 波波速的相对敏感核在路径剖面上的数值，其中震源深度为 600 km，台站震中距为 130°。对于 S2KS 和 S3KS 的到时敏感核，它们在地核之外呈现出沿射线路径分布的“香蕉”状。在射线中心附近的区域为红色，表明该处 S 波波速的增大将导致震相到时提前，与高频近似下的射线理论给出一致的结果。在远离射线路径的方向，敏感核呈现正负交替的特征，且敏感度快速衰减。两个到时敏感核的第一菲涅尔带的半径均为 300 km 左右，与 S2KS 和 S3KS 在 CMB 的穿刺点的间距相近，因此导致 S3KS-S2KS 到时差敏感核有着较为复杂的结构，不像 S2KS 和 S3KS 到时敏感核一样具有关于射线路径的“对称性”，如图 5.1 (c) 所示。此外，敏感核在震源和台站附近有较多的噪声，同时由于 S2KS 和 S3KS 的走时（约 1574 s 和 1594 s）与 sPPP（约 1567 s）较为接近，因此在图 5.1 中可以发现，从震源向上出射到地表的“s”路径也有一定的敏感度。

到时差敏感核可帮助定性分析地幔底部不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差测量结果的影响。由于第二章中选取的数据有较好的全球覆盖率，对于同样震中距的 S3KS-S2KS 到时差数据，部分路径受到的影响可能为正，另外的路径可能为负，结合敏感核的复杂性可知，经过分箱平均后的到时差残差所呈现出的正值不会完全由地幔不均匀性所导致，影响为正和为负的部分会显著地相互抵消。因此，我们充分认为 S3KS-S2KS 到时差相对于理论预测结果的残差可以由外核顶部的低速层所解释。

对于 S3KS-S2KS 到时差的统计平均结果，敏感核可以有效分析地幔不均匀性对其的影响，但对于具体路径的到时差所受到的影响，敏感核则不便于给出更加定量的分析。图 5.2 给出了 S40RTS 模型 (Ritsema et al. 2011) 在一个示例切面上的 S 波波速结构，该切面对应于从 2014 年 11 月 1 日斐济 M_w 7.1 级地震（其 gCMT 定位结果为西经 177.61°，南纬 19.76°，震源深度 445 km）到俄罗斯莫斯科附近的 OBN 台站（震中距 136.15°，方位角 332.12°）的大圆弧路径。在震源侧，S3KS 和 S2KS 均经过南太平洋下方的 LLSVP，强烈的地幔 S 波波速的扰动和横向变化，使得 S3KS-S2KS 到时差受到

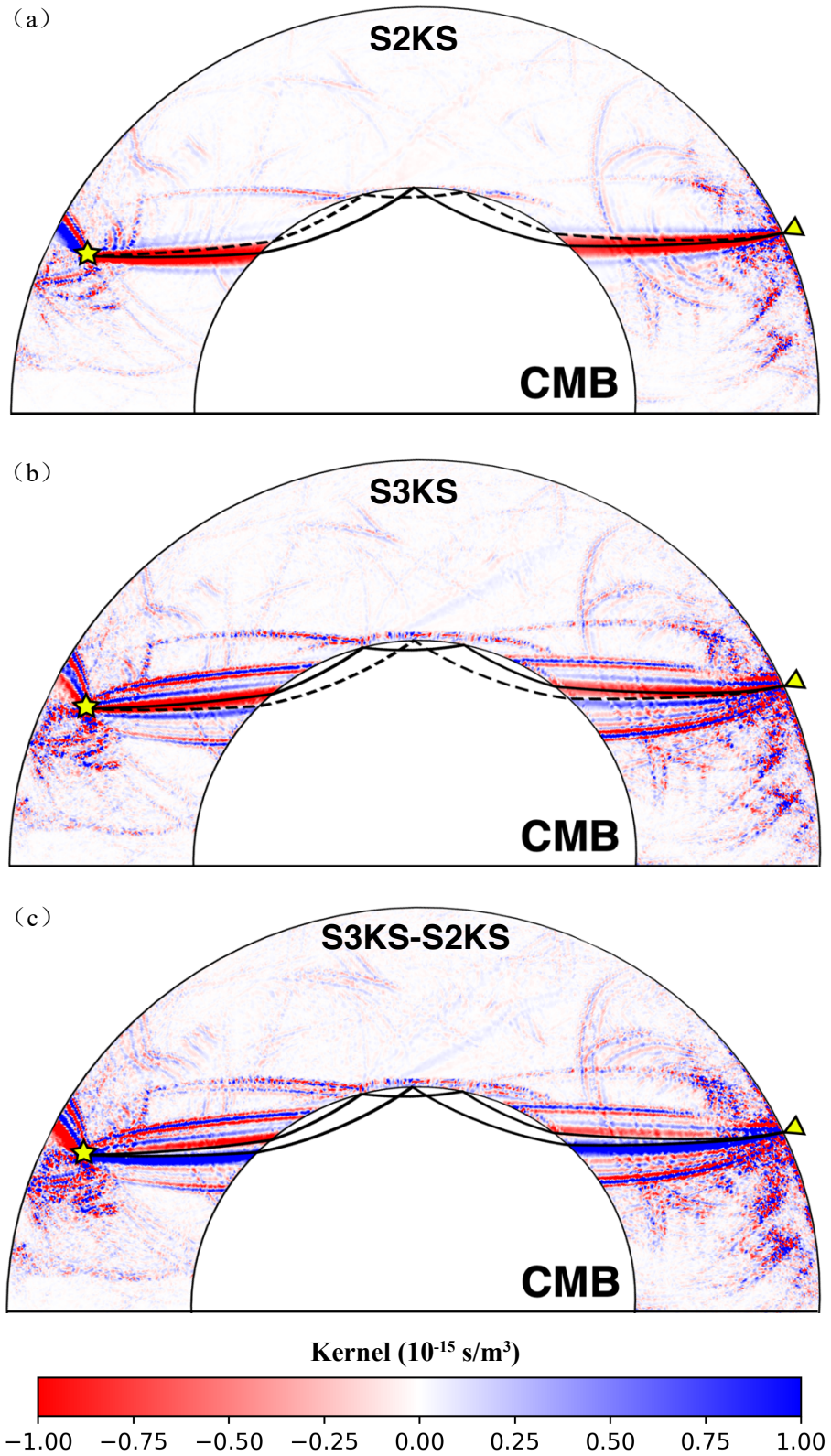


图 5.1 (a) 至 (c) 分别为 S2KS 到时、S3KS 到时以及 S3KS-S2KS 到时差关于 S 波波速的敏感核，最下方给出了色标及敏感核的单位，色标双向均是延伸的。图中五角星代表震源，其深度为 600 km，三角形代表台站，其震中距为 130°。实线或虚线代表 S2KS、S3KS 的射线路径，图 (a) 中 S2KS 射线路径为实线，图 (b) 中 S3KS 射线路径为实线。

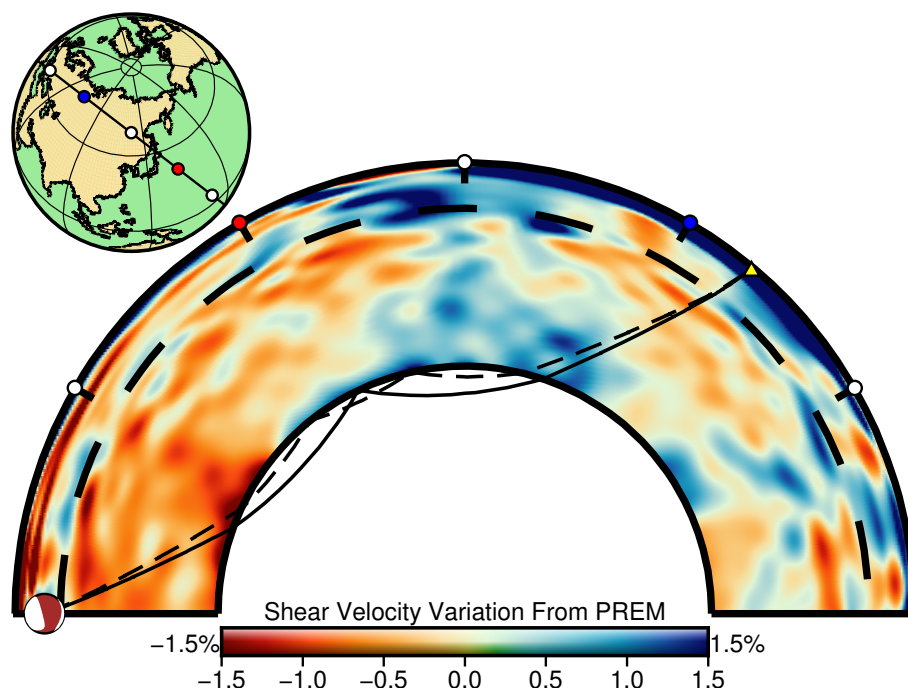


图 5.2 大圆弧路径所在切面的 S40RTS 速度模型，切面对应于从 2014 年 11 月 1 日斐济 M_w 7.1 级地震到俄罗斯莫斯科附近的 OBN 台站的射线路径。地震事件和台站的具体位置见正文部分。背景颜色代表 S 波波速相对于 PREM 的偏差量，粗虚线代表 660 km 间断面。地震以震源机制球表示，黄色三角形代表台站，其震中距为 130° ，对应的 S2KS 和 S3KS 射线路径分别用细实线和虚线进行表示。左上图给出了大圆弧的地理位置示意图。

十分复杂的影响。与此同时，两条射线路径在台站侧又受到了地幔底部相对高速区域的影响。对于具体的射线路径，数值求解三维地球模型中的波动方程并得到理论地震图，可以帮助定量考察地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响。

5.2 结合理论地震图研究地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响

为探究全球分布的台站是否可以相互抵消地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响，我们设计如下实验：对于某一地震事件，我们在震中距为 120° 到 140° 的开区间内设置台站，震中距间隔为 1° ，方位角间隔为 10° ，台站总数为 684 个。对于这些台站，我们分别使用 AxiSEM 和 AxiSEM3D 计算 PREM 和 S40RTS 地幔模型中的理论地震图，并对 S3KS-S2KS 到时差进行测量和残差分析。对前者的分析可以说明波形测量结果与射线理论预测值之间的差别，即有限频校正部分，而对后者的分析可以综合考察有限频效应以及地幔不均匀性带来的影响。

我们首先以 2004 年 7 月 25 日的印尼苏门答腊 M_w 7.3 级地震（其 gCMT 定位结果为东经 104.38° ，南纬 2.68° ，震源深度 600 km）为例。该事件到阿根廷 TRQA 台站（震中距 137.67° ，方位角 196.52° ）的射线路径所对应的大圆弧切面如图 5.3 所示。该地震事件并不位于 LLSVP 附近，同时 S2KS 和 S3KS 射线路径在地幔底部穿过的区域没有

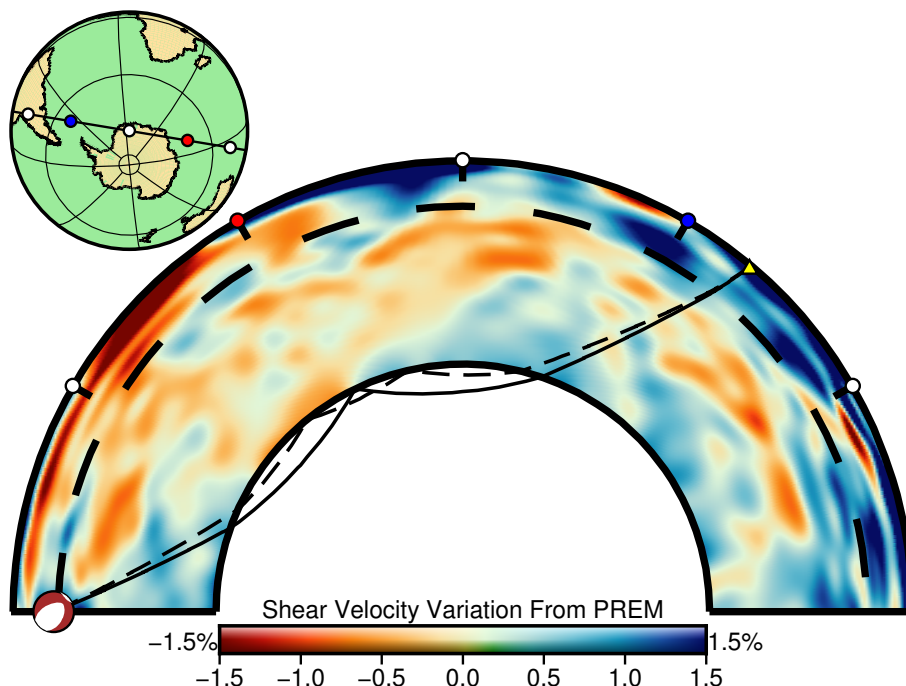


图 5.3 大圆弧路径所在切面的 S40RTS 速度模型，切面对应于从 2004 年 7 月 25 日苏门答腊 M_w 7.3 级地震到阿根廷 TRQA 台站的射线路径。地震事件和台站的具体位置见正文部分，其余内容与图 5.2 相同。

明显的 S 波波速变化。从图 5.4 (a) 和 (b) 可以看到，S3KS-S2KS 到时差的质量水平明显受到方位角的影响，在震源西北方向只有少数测量结果达到质量要求，同时集中出现若干残差较大的测量值。对于其它台站，到时差残差的绝对值很小，基本在 0.5 s 以下。对于同一震中距，位于不同方位角的台站的残差没有显著的变化，S40RTS 结果的离散程度相对更大一些，这也与模型的复杂性相吻合。图 5.4 (c) 更加清晰地展示了到时差的质量水平与方位角的关联。由于 S40RTS 模型的波速扰动并不大，因此两个模型的 S3KS-S2KS 到时差几乎同时满足或不满足质量要求。在图 5.4 (d) 当中，来自两个模型的到时差在一个标准差之内有很大程度是重叠的，即地幔不均匀性对到时差的影响可以通过广泛选取台站而使其降低。换言之，对于全球分布的射线路径，地幔校正的数值是非常小的，有限频校正相对更加重要。尽管在 S40RTS 地幔模型中，残差的标准差比在 PREM 中要明显加大，但这一结果还是低于观测数据的标准差或与其持平。

图 5.5 给出了 2014 年 11 月 1 日斐济 M_w 7.1 级地震的模拟实验结果，该事件对应的大圆弧切面已在图 5.2 中展示，S2KS 和 S3KS 在震源侧均经过了地幔底部的 LLSVP 区域。从图 5.5 (a) 和 (b) 可以看出，与苏门答腊地震相比，斐济地震仅有少数质量不满足要求的台站。与此同时，PREM 中的到时差残差随方位角的变化较小，而 S40RTS 模型的到时差残差则有相对较高的离散程度，测量结果的不确定性更大。与苏门答腊地震类似，图 5.5 (c) 显示，到时差几乎同时满足或不满足质量要求，对于绝大部分台站，两个模型中的测量结果均符合标准。由于受到地幔强烈横向不均匀性的影

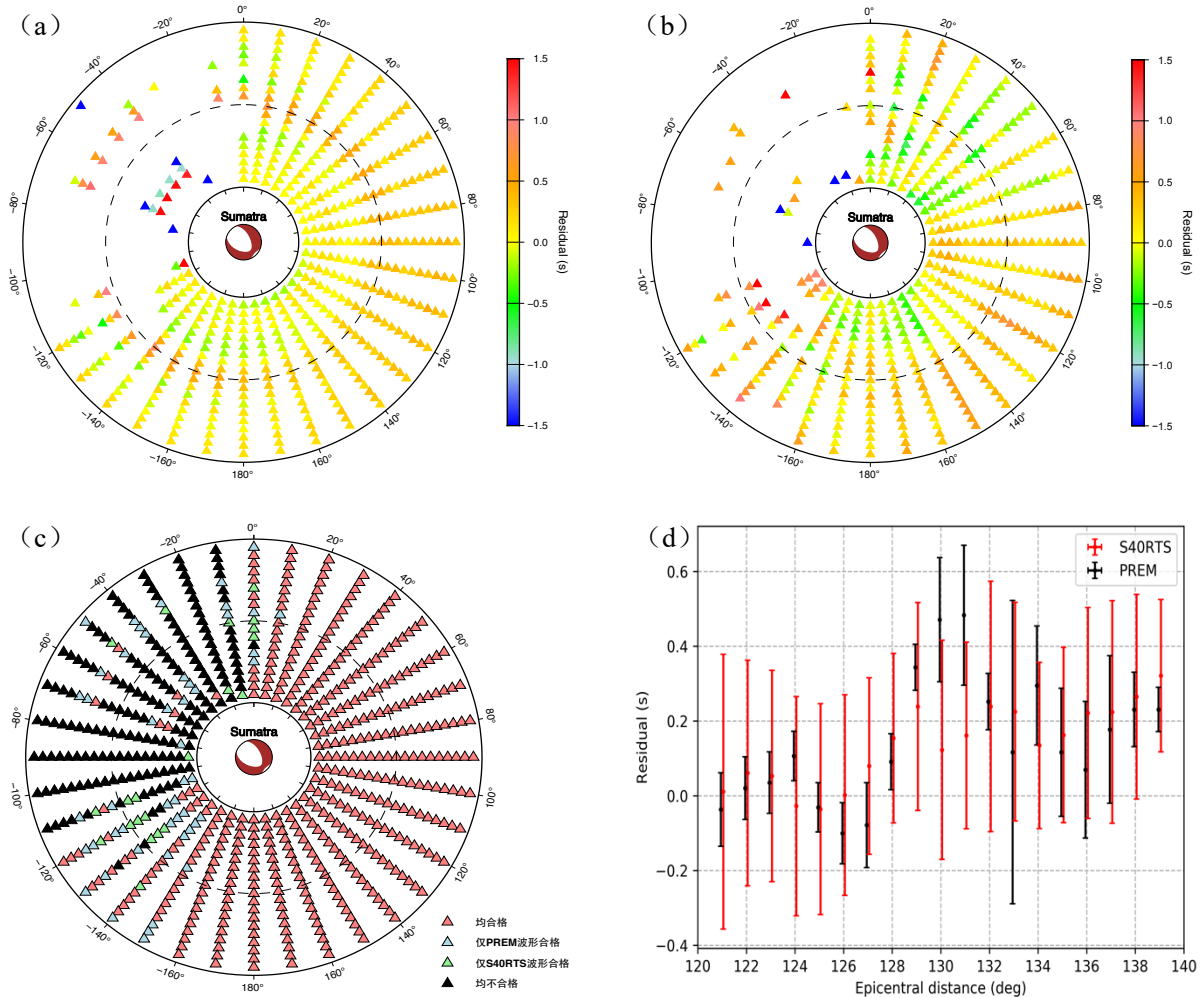


图 5.4 2004 年 7 月 25 日苏门答腊 M_w 7.3 级地震的模拟实验结果。(a) PREM 中的 S3KS-S2KS 到时差残差随震中距和方位角的分布。最内和最外圈分别代表震中距为 120° 和 140° ，虚线代表震中距 130° ，方位角以正北方向为基准顺时针测量。图中三角形代表质量合格的台站，颜色表示 S3KS-S2KS 到时差测量值相对于射线理论预测值的残差。圆心处的震源机制球代表地震事件。(b) 地幔 S40RTS 模型中的 S3KS-S2KS 到时差残差分布，各图标含义与 (a) 相同。(c) 到时差测量值的质量随震中距和方位角的变化，红色、绿色、蓝色和黑色的三角形分别代表波形均合格、仅在 PREM 中的波形合格、仅在 S40RTS 模型中的波形合格以及波形均不合格的台站。(d) PREM (黑色) 和 S40RTS 模型 (红色) 中的到时差残差对方位角进行平均的结果，其中的测量值均满足质量要求，且已去除离群点。

响，图 5.5 (d) 显示地幔校正为正值，且震中距越大，地幔校正的贡献相对越明显。同样，三维地幔结构使得测量结果的标准差显著提升，但依旧比观测数据的不确定度要更小或持平。

通过上述两个地震事件的模拟实验，我们尝试对有限频校正和地幔校正进行更加定量化的分析。对于苏门答腊地震，其 S2KS 和 S3KS 射线经过的地幔部分没有显著的横向不均匀性特征，因此地幔校正的贡献相对较小，有限频校正才是主要的部分。对于斐济地震，其 S2KS 和 S3KS 射线经过地幔底部的 LLSVP，地幔对到时差的影响较为复

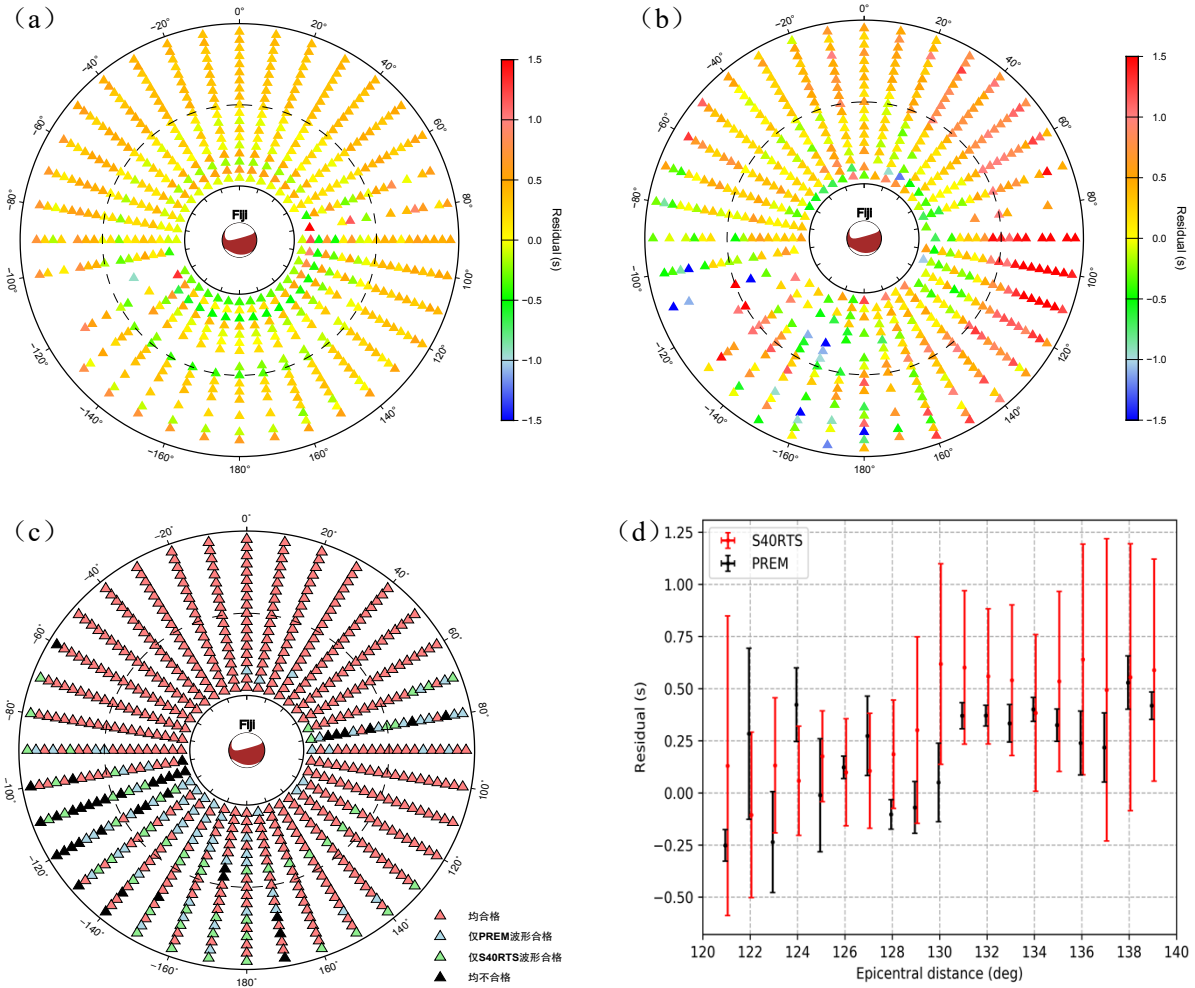


图 5.5 2014 年 11 月 1 日斐济 Mw 7.1 级地震的模拟实验结果。各图的含义与图 5.4 相同。

杂。整体来看，地幔校正的结果为正值，且震中距较大时，地幔校正相对更显著，但与观测数据的残差相比依旧较小，外核顶部的低速层可以从数据中得到体现。与 Tang et al. (2015) 的 Fig. S5 通过 DSM 得到的有限频校正相比，图 5.4 (d) 和图 5.5 (d) 呈现出基本相近的数值与特征，不过由于使用的计算理论地震图的方法不同，在准确数值上存在一定的差别。此外，Tang et al. (2015) 基于广泛选取全球分布的射线路径可以降低地幔不均匀性对到时差的影响这一假设，利用分箱平均的到时差残差进行非线性反演。本部分工作对上述假设提供了一定程度的支持：对于绝大部分的震中距，结合有限频校正与地幔校正的不确定程度，可以认为地幔校正的贡献较小。需要注意的是，对于受到强烈地幔不均匀性影响的射线路径，比如那些源于斐济地区地震事件的路径，当震中距在 130° - 140° 时，地幔校正贡献了相对显著的正值。综合考虑有限频校正和地幔校正，模拟实验得到的校正值的不确定度整体是低于观测数据的不确定度的，同时地幔的不均匀性无法充分解释 S3KS-S2KS 到时差残差，即外核顶部的低速结构是构成到时残差的重要部分。

第六章 总结与展望

第一章我们介绍了外核顶部研究的相关背景。对于地震学研究，数据测量、地幔不均匀性的影响以及反演方法是三个关注的方向。本工作对前两点进行了更进一步的研究和探讨。我们首先在第二章提出了自动化的 S3KS-S2KS 到时差测量与质量控制，提出四个指标以量化数据的质量，综合考虑震源破裂过程、强烈衰减作用、强烈地幔不均匀性、波形混叠等因素对波形造成的影响。结果表明，对于给定的阈值，我们的方法可以有效提取满足质量要求的数据，S3KS-S2KS 到时差相对于 PREM 射线理论预测值的残差没有显著的时间和空间依赖性。观测得到的到时差残差为正值，可以反映外核顶部的低速结构，与此同时，残差随震中距的变化有着复杂的特征，反映出外核顶部的复杂速度结构。

第三章和第四章为通过波形研究地幔不均匀性对 S3KS-S2KS 到时差的影响提供理论和技术基础。第三章介绍了如何通过谱元法求解波动方程，并讨论相关软件 SPECFEM3D、AxiSEM 和 AxiSEM3D 及它们各自的改进之处。为验证这些软件适用于 S3KS-S2KS 到时差的研究，我们针对性地进行了 PREM 和 S40RTS 三维地幔模型中的基准测试。第四章从理论的角度介绍有限频敏感核，首先通过对弹性波动方程引入扰动来推导波形敏感核的表达式，进而表示任意观测量的敏感核，最后给出互相关到时的敏感核，并介绍 MC Kernel 计算敏感核的基本流程。

第五章分别利用敏感核和理论地震图，对地幔校正进行定性和定量的分析。利用 S3KS-S2KS 到时差敏感核，我们从统计平均的角度认为，通过对全球分布的射线路径的测量值进行平均，地幔不均匀性的贡献会最终抵消。我们之后针对苏门答腊地震和斐济地震进行模拟实验，结合理论地震图进行更加定量化的分析。结果显示，地幔的复杂结构使得到时差在不同方位角的离散程度增大，但其标准差小于或持平于观测数据的标准差。整体而言，地幔校正的贡献较小，有限频校正是相对更加显著的，但是它们都无法充分解释观测数据的残差，即外核顶部的低速结构是 S3KS-S2KS 残差的主要贡献因素。对于一些特殊的地震，比如斐济地震，其 S2KS 和 S3KS 射线穿过 LLSVP。对于这些路径，在震中距较大时，地幔校正为明显的正值，需要给予一定程度的关注。如果再考虑对不同地震事件的测量结果取平均，最终给出的地幔校正应是比较小的，同时与 Tang et al. (2015) 提供的校正幅度是相近的。

第二章得到的到时差分箱平均的结果可以用于外核顶部 P 波波速结构的反演，而选用的对波形质量进行量化的指标，则便于结合数据质量对数据集进行划分。关于第五章对地幔校正的分析，我们选用了苏门答腊和斐济的地震事件，对于日本地区和南美地区的深源地震也可进行同样的讨论。由于这些地震没有位于 LLSVP 附近，因此其

结果应与苏门答腊地震的结果相近。我们的模拟实验说明广泛选取射线路径可以有效降低地幔不均匀性对到时差残差的影响。若使用密集台站阵，通过波形叠加提高信噪比来获取到时差信息，同样可以使用 AxiSEM3D 或其它工具从波形的角度针对具体射线路径进行有限频校正和地幔校正。与全波形反演相比，引入这两类校正可以大大减少正演过程的计算量，仅通过射线理论计算参考到时差即可，使得大型非线性反演方法可以有效应用于外核顶部速度结构的研究当中。

参考文献

- Afanasiev, M.; Boehm, C.; van Driel, M.; Krischer, L.; May, D.; Rietmann, M.; et al. 2017. Salvus: A flexible high-performance and open-source package for waveform modelling and inversion from laboratory to global scales. *EGU general assembly conference abstracts*: 9456.
- Aki, K.; Richards, P.G. 2002. *Quantitative seismology*. 2nd ed. University Science Books, Sausalito, CA, 700p.
- Alexandrakis, C.; Eaton, D.W. 2010. Precise seismic-wave velocity atop Earth's core: No evidence for outer-core stratification. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*: 7.
- Bao, H.; Bielak, J.; Ghattas, O.; Kallivokas, L.F.; O'Hallaron, D.R.; Shewchuk, J.R.; et al. 1998. Large-scale simulation of elastic wave propagation in heterogeneous media on parallel computers. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 152: 85–102.
- Beyreuther, M.; Barsch, R.; Krischer, L.; Megies, T.; Behr, Y.; Wassermann, J. 2010. ObsPy: A Python Toolbox for Seismology. *Seismological Research Letters* 81: 530–533.
- Bielak, J.; Loukakis, K.; Hisada, Y.; Yoshimura, C. 2003. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part I: Theory. *Bulletin of the Seismological Society of America* 93: 817–824.
- Birch, F. 1952. Elasticity and constitution of the Earth's interior. *Journal of Geophysical Research* 57: 227–286.
- Boore, D.M. 1972. Finite difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous materials. In: Bolt, B.A. (Ed.), *Seismology: Surface Waves and Earth Oscillations*, Academic Press, New York, NY, p.1–37.
- Braginsky, S.I. 1993. MAC-Oscillations of the Hidden Ocean of the Core. *Journal of geomagnetism and geoelectricity* 45: 1517–1538.
- Braginsky, S.I. 1999. Dynamics of the stably stratified ocean at the top of the core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 111: 21–34.
- Brodholt, J.; Badro, J. 2017. Composition of the low seismic velocity E' layer at the top of Earth's core: Composition of the E' Layer. *Geophysical Research Letters* 44: 8303–8310.
- Buffett, B. 2014. Geomagnetic fluctuations reveal stable stratification at the top of the Earth's core. *Nature* 507: 484–487.
- Buffett, B.A.; Seagle, C.T. 2010. Stratification of the top of the core due to chemical interactions with the mantle. *Journal of Geophysical Research* 115: B04407.
- Chaljub, E.; Capdeville, Y.; Vilotte, J.-P. 2003. Solving elastodynamics in a fluid–solid heterogeneous sphere: a parallel spectral element approximation on non-conforming grids. *Journal of Computational Physics* 187: 457–491.
- Chapman, C.H. 1978. A new method for computing synthetic seismograms. *Geophysical Journal International* 54: 481–518.
- Chen, P.; Jordan, T.H.; Zhao, L. 2007. Full three-dimensional tomography: a comparison between the scattering-integral and adjoint-wavefield methods. *Geophysical Journal International* 170: 175–181.

- Choy, G.L. 1977a. Theoretical seismograms of core phases calculated by frequency-dependent full wave theory, and their interpretation. *Geophysical Journal International* 51: 275–312.
- Choy, G.L. 1977b. Theoretical seismograms of core phases calculated by frequency-dependent full wave theory, and their interpretation. *Geophysical Journal International* 51: 275–312.
- Choy, G.L.; Richards, P.G. 1975. Pulse distortion and Hilbert transformation in multiply reflected and refracted body waves. *Bulletin of the Seismological Society of America* 65: 55–70.
- Christensen, R.M. 1982. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. 2nd ed. Academic Press, .
- Crotwell, H.P.; Owens, T.J.; Ritsema, J. 1999. The TauP Toolkit: Flexible seismic travel-time and ray-path utilities. *Seismological Research Letters* 70: 154–160.
- Cummins, P.R.; Geller, R.J.; Takeuchi, N. 1994a. DSM complete synthetic seismograms: P-SV, spherically symmetric, case. *Geophysical Research Letters* 21: 1663–1666.
- Cummins, P.R.; Geller, R.J.; Hatori, T.; Takeuchi, N. 1994b. DSM complete synthetic seismograms: SH, spherically symmetric, case. *Geophysical Research Letters* 21: 533–536.
- Dahlen, F.A.; Tromp, J. 1998. *Theoretical global seismology*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1025p.
- Dahlen, F.A.; Hung, S.-H.; Guust, N. 2000. Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes—I. Theory. *Geophysical Journal International* 141: 157–174.
- van Driel, M.; Nissen-Meyer, T. 2014. Optimized viscoelastic wave propagation for weakly dissipative media. *Geophysical Journal International* 199: 1078–1093.
- Dziewonski, A.M.; Anderson, D.L. 1981. Preliminary reference earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 25: 297–356.
- Eaton, D.W.; Kendall, J.-M. 2006. Improving seismic resolution of outermost core structure by multichannel analysis and deconvolution of broadband SmKS phases. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 155: 104–119.
- Faccioli, E.; Maggio, F.; Paolucci, R.; Quarteroni. 1997. 2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method. *Journal of Seismology* 1: 237–251.
- Fearn, D.R.; Loper, D.E. 1981. Compositional convection and stratification of Earth's core. *Nature* 289: 393–394.
- Fichtner, A. 2011. Spectral-Element Methods. In: Fichtner, A. (Ed.), *Full Seismic Waveform Modelling and Inversion*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, p.59–81.
- Franck, S. 1982. Ascending droplets in the earth's core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 27: 249–254.
- Frost, D.J.; Asahara, Y.; Rubie, D.C.; Miyajima, N.; Dubrovinsky, L.S.; Holzapfel, C.; et al. 2010. Partitioning of oxygen between the Earth's mantle and core. *Journal of Geophysical Research* 115: B02202.
- Fuchs, K.; Muller, G. 1971. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations. *Geophysical Journal International* 23: 417–433.

- Furumura, T.; Kennett, B.L.N.; Furumura, M. 1998. Seismic wavefield calculation for laterally heterogeneous whole earth models using the pseudospectral method. *Geophysical Journal International* 135: 845–860.
- Garmany, J.; Orcutt, J.A.; Parker, R.L. 1979. Travel time inversion: A geometrical approach. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 84: 3615–3622.
- Garnero, E.J.; Helmberger, D.V. 1995. On seismic resolution of lateral heterogeneity in the Earth's outermost core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 88: 117–130.
- Garnero, E.J.; Helmberger, D.V. 1996. Seismic detection of a thin laterally varying boundary layer at the base of the mantle beneath the central-Pacific. *Geophysical Research Letters* 23: 977–980.
- Garnero, E.J.; Helmberger, D.V.; Grand, S.P. 1993. Constraining outermost core velocity with *SmKS* waves. *Geophysical Research Letters* 20: 2463–2466.
- Garnero, E.J.; McNamara, A.K.; Shim, S.-H. 2016. Continent-sized anomalous zones with low seismic velocity at the base of Earth's mantle. *Nature Geoscience* 9: 481–489.
- Geller, R.J.; Takeuchi, N. 1995. A new method for computing highly accurate DSM synthetic seismograms. *Geophysical Journal International* 123: 449–470.
- Gilbert, F. 1971. Excitation of the normal modes of the earth by earthquake sources. *Geophysical Journal International* 22: 223–226.
- Gilbert, F.; Helmberger, D.V. 1972. Generalized ray theory for a layered sphere. *Geophysical Journal International* 27: 57–80.
- Goldstein, P.; Dodge, D.; Firpo, M.; Minner, L. 2003. SAC2000: Signal processing and analysis tools for seismologists and engineers. *The IASPEI International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology* 81: 1613–1620.
- Gubbins, D. 2007. Geomagnetic constraints on stratification at the top of Earth's core. *Earth, Planets and Space* 59: 661–664.
- Gubbins, D.; Davies, C.J. 2013. The stratified layer at the core–mantle boundary caused by barodiffusion of oxygen, sulphur and silicon. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 215: 21–28.
- Hales, A.L.; Roberts, J.L. 1971. The velocities in the outer core. *Bulletin of the Seismological Society of America* 61: 1051–1059.
- Helffrich, G. 2012. How light element addition can lower core liquid wave speeds: Core liquid wave speeds. *Geophysical Journal International* 188: 1065–1070.
- Helffrich, G.; Kaneshima, S. 2010. Outer-core compositional stratification from observed core wave speed profiles. *Nature* 468: 807–810.
- Helmberger, D.V. 1968. The crust-mantle transition in the Bering Sea. *Bulletin of the Seismological Society of America* 58: 179–214.
- Hirose, K.; Labrosse, S.; Hernlund, J. 2013. Composition and state of the core. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 41: 657–691.
- Hung, S.-H.; Forsyth, D.W. 1998. Modelling anisotropic wave propagation in oceanic inhomogeneous structures using the parallel multidomain pseudo-spectral method. *Geophysical Journal International* 133: 726–740.
- Irving, J.C.E.; Cottaar, S.; Lekić, V. 2018. Seismically determined elastic parameters for Earth's outer core. *Science Advances* 4: eaar2538.

- Jacobson, S.A.; Morbidelli, A. 2014. Lunar and terrestrial planet formation in the Grand Tack scenario. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 372: 20130174.
- Kaneshima, S. 2018. Array analyses of SmKS waves and the stratification of Earth's outermost core. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 276: 234–246.
- Kaneshima, S.; Helffrich, G. 2013. Vp structure of the outermost core derived from analysing large-scale array data of SmKS waves. *Geophysical Journal International* 193: 1537–1555.
- Kaneshima, S.; Matsuzawa, T. 2015. Stratification of earth's outermost core inferred from SmKS array data. *Progress in Earth and Planetary Science* 2: 15.
- Kawai, K.; Takeuchi, N.; Geller, R.J. 2006. Complete synthetic seismograms up to 2 Hz for transversely isotropic spherically symmetric media. *Geophysical Journal International* 164: 411–424.
- Kennett, B.L.N.; Engdahl, E.R. 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification. *Geophysical Journal International* 105: 429–465.
- Kennett, B.L.N.; Engdahl, E.R.; Buland, R. 1995. Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes. *Geophysical Journal International* 122: 108–124.
- Komatitsch, D. 1997. *Méthodes spectrales et éléments spectraux pour l'équation de l'élastodynamique 2D et 3D en milieu hétérogène*. Ph.D. thesis, Institut de Physique du Globe de Paris.
- Komatitsch, D. 2002. The spectral-element method, Beowulf computing, and global seismology. *Science* 298: 1737–1742.
- Komatitsch, D.; Tromp, J. 1999. Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation. *Geophysical Journal International* 139: 806–822.
- Komatitsch, D.; Tromp, J. 2002a. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation. *Geophysical Journal International* 150: 303–318.
- Komatitsch, D.; Tromp, J. 2002b. Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-I. Validation. *Geophysical Journal International* 149: 390–412.
- Komatitsch, D.; Tsuboi, S.; Tromp, J. 2005. The spectral-element method in seismology. In: Levander, A.; Nolet, G. (Eds.), *Geophysical Monograph Series*, Vol. 157, American Geophysical Union, Washington, D. C., p.205–227.
- Kosloff, D.; Reshef, M.; Loewenthal, D. 1984. Elastic wave calculations by the Fourier method. *Bulletin of the Seismological Society of America* 74: 875–891.
- Landeau, M.; Olson, P.; Deguen, R.; Hirsh, B.H. 2016. Core merging and stratification following giant impact. *NATURE GEOSCIENCE* 9: 5.
- Lay, T.; Helmberger, D.V. 1983. A lower mantle S-wave triplication and the shear velocity structure of D''. *Geophysical Journal International* 75: 799–837.
- Lay, T.; Young, C.J. 1990. The stably-stratified outermost core revisited. *Geophysical Research Letters* 17: 2001–2004.
- Leng, K.; Nissen-Meyer, T.; van Driel, M. 2016. Efficient global wave propagation adapted to 3-D structural complexity: a pseudospectral/spectral-element approach. *Geophysical Journal International* 207: 1700–1721.

- Leng, K.; Nissen-Meyer, T.; van Driel, M.; Hosseini, K.; Al-Attar, D. 2019. AxiSEM3D: broad-band seismic wavefields in 3-D global earth models with undulating discontinuities. *Geophysical Journal International* 217: 2125–2146.
- Levander, A.R. 1988. Fourth-order finite-difference *P-SV* seismograms. *GEOPHYSICS* 53: 1425–1436.
- Li, J.; Fei, Y. 2014. Experimental constraints on core composition. In: *Treatise on Geochemistry*, Elsevier, p.527–557.
- Lippmann, B.A.; Schwinger, J. 1950. Variational principles for scattering processes. I. *Physical Review* 79: 469–480.
- Lister, J.R. 2004. Thermal winds forced by inhomogeneous boundary conditions in rotating, stratified, hydromagnetic fluid. *Journal of Fluid Mechanics* 505: 163–178.
- Lister, J.R.; Buffett, B.A. 1998. Stratification of the outer core at the core-mantle boundary. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 105: 5–19.
- Liu, H.-P.; Anderson, D.L.; Kanamori, H. 1976. Velocity dispersion due to anelasticity; implications for seismology and mantle composition. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 47: 41–58.
- Lysmer, J.; Drake, L.A. 1971. The propagation of Love waves across nonhorizontally layered structures. *Bulletin of the Seismological Society of America* 61: 1233–1251.
- Maday, Y.; Patera, A.T. 1989. Spectral element methods for the incompressible Navier-Stokes equations. In: Noor, A.K.; Oden, J.T. (Eds.), *State of the Art Survey in Computational Mechanics*, New York, NY, p.71–143.
- Marquering, H.; Dahlen, F.A.; Nolet, G. 1999. Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes: the banana-doughnut paradox. *Geophysical Journal International* 137: 805–815.
- Masters, T.G.; Shearer, P.M. 1990. Summary of seismological constraints on the structure of the Earth's core. *Journal of Geophysical Research* 95: 21691–21695.
- Masters, T.G.; Johnson, S.; Laske, G.; Bolton, H.; Davies, J.H.; Jephcoat, A.P.; et al. 1996. A shear-velocity model of the mantle. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 354: 1385–1411.
- McNamara, A.K. 2019. A review of large low shear velocity provinces and ultra low velocity zones. *Tectonophysics* 760: 199–220.
- Morelli, A.; Dziewonski, A.M. 1993. Body Wave Traveletimes and A Spherically Symmetric P- and S-Wave Velocity Model. *Geophysical Journal International* 112: 178–194.
- Mound, J.; Davies, C.; Rost, S.; Aurnou, J. 2019. Regional stratification at the top of Earth's core due to core–mantle boundary heat flux variations. *Nature Geoscience* 12: 575–580.
- Nakagawa, T.; Tackley, P.J. 2008. Lateral variations in CMB heat flux and deep mantle seismic velocity caused by a thermal–chemical-phase boundary layer in 3D spherical convection. *Earth and Planetary Science Letters* 271: 348–358.
- Nissen-Meyer, T.; Fournier, A.; Dahlen, F.A. 2007. A two-dimensional spectral-element method for computing spherical-earth seismograms - I. Moment-tensor source. *Geophysical Journal International* 168: 1067–1092.
- Nissen-Meyer, T.; Fournier, A.; Dahlen, F.A. 2008. A 2-D spectral-element method for computing spherical-earth seismograms-II. Waves in solid-fluid media. *Geophysical Journal International* 174: 873–888.

- Nissen-Meyer, T.; van Driel, M.; Stähler, S.C.; Hosseini, K.; Hempel, S.; Auer, L.; et al. 2014. AxiSEM: broadband 3-D seismic wavefields in axisymmetric media. *Solid Earth* 5: 425–445.
- Owens, T.J.; Crotwell, H.P.; Groves, C.; Oliver-Paul, P. 2004. SOD: STANDING ORDER FOR DATA. *Seismological Research Letters* 75: 515–520.
- Patera, A.T. 1984. A spectral element method for fluid dynamics: Laminar flow in a channel expansion. *Journal of Computational Physics* 54: 468–488.
- Poirier, J.-P. 1994. Light elements in the Earth's outer core: A critical review. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 85: 319–337.
- Richards, P.G. 1973. Calculation of Body Waves, for Caustics and Tunnelling in Core Phases†. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* 35: 243–264.
- Ritsema, J.; Deuss, A.; van Heijst, H.J.; Woodhouse, J.H. 2011. S40RTS: a degree-40 shear-velocity model for the mantle from new Rayleigh wave dispersion, teleseismic traveltimes and normal-mode splitting function measurements: S40RTS. *Geophysical Journal International* 184: 1223–1236.
- Ronchi, C.; Iacono, R.; Paolucci, P.S. 1996. The “Cubed Sphere”: A New Method for the Solution of Partial Differential Equations in Spherical Geometry. *Journal of Computational Physics* 124: 93–114.
- Sadourny, R. 1972. Conservative Finite-Difference Approximations of the Primitive Equations on Quasi-Uniform Spherical Grids. *Monthly Weather Review* 100: 136–144.
- Savage, B.; Komatitsch, D.; Tromp, J. 2010. Effects of 3D Attenuation on Seismic Wave Amplitude and Phase Measurements. *Bulletin of the Seismological Society of America* 100: 1241–1251.
- Seriani, G.; Priolo, E.; Pregarz, A. 1995. Modelling waves in anisotropic media by a spectral element method. *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*: 289–298.
- Snieder, R.; Nolet, G. 1987. Linearized scattering of surface waves on a spherical Earth. 61: 55–63.
- Souriau, A.; Poupinet, G. 1991. A study of the outermost liquid core using differential travel times of the SKS, SKKS and S3KS phases. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 68: 183–199.
- Souriau, A.; Teste, A.; Chevrot, S. 2003. Is there any structure inside the liquid outer core? *Geophysical Research Letters* 30: 1567.
- Stackhouse, S.; Stixrude, L.; Karki, B.B. 2015. First-principles calculations of the lattice thermal conductivity of the lower mantle. *Earth and Planetary Science Letters* 427: 11–17.
- Stähler, S.C.; van Driel, M.; Auer, L.; Hosseini, K.; Sigloch, K.; Nissen-Meyer, T. 2016. MC kernel: Broadband waveform sensitivity kernels for seismic tomography. *EGU general assembly conference abstracts*: EPSC2016-7020.
- Stevenson, D.J. 1987. Limits on lateral density and velocity variations in the Earth's outer core. *Geophysical Journal International* 88: 311–319.
- Sylvander, M.; Souriau, A. 1996. Mapping S-velocity heterogeneities in the D'' region from SmKS differential travel times. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 94: 1–21.

- Tanaka, S. 2004. Seismic detectability of anomalous structure at the top of the Earth's outer core with broadband array analysis of SmKS phases. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 141: 141–152.
- Tanaka, S. 2007. Possibility of a low P-wave velocity layer in the outermost core from global SmKS waveforms. *Earth and Planetary Science Letters* 259: 486–499.
- Tanaka, S.; Hamaguchi, H. 1993. Velocities and chemical stratification in the outermost core. *Journal of geomagnetism and geoelectricity* 45: 1287–1301.
- Tang, V.; Zhao, L.; Hung, S.-H. 2015. Seismological evidence for a non-monotonic velocity gradient in the topmost outer core. *Scientific Reports* 5: 8613.
- Tarantola, A. 2005. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, .
- Tromp, J.; Tape, C.; Liu, Q. 2005. Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels: Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels. *Geophysical Journal International* 160: 195–216.
- Tromp, J.; Komatitsch, D.; Liu, Q. 2008. Spectral-Element and Adjoint Methods in Seismology. *Communications in Computational Physics* 3: 1–32.
- Virieux, J. 1984. SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity-stress finite-difference method. *Exploration Geophysics* 15: 265–265.
- Virieux, J. 1986. P-SV wave propagation in heterogeneous media; velocity-stress finite-difference method. *Geophysics* 51: 889–901.
- Wessel, P.; Smith, W.H.F.; Scharroo, R.; Luis, J.; Wobbe, F. 2013. Generic Mapping Tools: Improved Version Released. *Eos, Transactions American Geophysical Union* 94: 409–410.
- Wetherill, G.W. 1985. Occurrence of giant impacts during the growth of the terrestrial planets. *Science* 228: 877.
- Woodhouse, J.H. 1988. The calculation of the eigenfrequencies and eigenfunctions of the free oscillations of the Earth and the Sun. In: Doornbos, D.J. (Ed.), *Seismological Algorithms*, Academic Press, San Diego, CA, p.321–370.
- Wu, W.; Irving, J.C.E. 2020. Array-based iterative measurements of travel times and their constraints on outermost core structure. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 125: e2019JB018162.
- Yan, C.; Stanley, S. 2018. Sensitivity of the Geomagnetic Octupole to a Stably Stratified Layer in the Earth's Core. *Geophysical Research Letters* 45.
- Yang, H.-Y.; Zhao, L.; Hung, S.-H. 2010. Synthetic seismograms by normal-mode summation: a new derivation and numerical examples: Normal-mode synthetic seismograms. *Geophysical Journal International* 183: 1613–1632.
- Yuan, Y.O.; Simons, F.J.; Tromp, J. 2016. Double-difference adjoint seismic tomography. *Geophysical Journal International* 206: 1599–1618.
- Zhao, L.; Dahlen, F.A. 1996. Mode-sum to ray-sum transformation in a spherical and an aspherical earth. *Geophysical Journal International* 126: 389–412.
- Zhao, L.; Chevrot, S. 2011a. An efficient and flexible approach to the calculation of three-dimensional full-wave Fréchet kernels for seismic tomography-I. Theory. *Geophysical Journal International* 185: 922–938.

- Zhao, L.; Chevrot, S. 2011b. An efficient and flexible approach to the calculation of three-dimensional full-wave Fréchet kernels for seismic tomography-II. Numerical results. *Geophysical Journal International* 185: 939–954.
- Zhao, L.; Jordan, T.H.; Chapman, C.H. 2000. Three-dimensional Fréchet differential kernels for seismic delay times. *Geophysical Journal International* 141: 558–576.
- Zhao, L.; Jordan, T.H.; Olsen, K.B.; Chen, P. 2005. Fréchet kernels for imaging regional earth structure based on three-dimensional reference models. *Bulletin of the Seismological Society of America* 95: 2066–2080.

附录 A 2000-2019 年地震事件列表

附录 A 中的地震事件列表通过 SOD (Owens et al. 2004) 经由 FDSN (International Federation of Digital Seismograph Networks) 的数据服务获取, 其中地震事件的位置经过与 IRIS 数据中心 (IRIS Data Service) 提供的标准名称的核对。

时间	纬度 (°)	经度 (°)	震源深度 (km)	矩震级	位置
2000-01-13	-17.61	-178.742	535.0	6.2	Fiji Islands region
2000-01-15	-21.216	-179.255	632.8	6.0	Fiji Islands region
2000-02-13	42.853	131.572	513.6	6.0	Eastern Russia-Northeastern China border region
2000-02-28	-17.588	-178.984	538.0	6.0	Fiji region
2000-04-23	-28.307	-62.99	608.5	7.0	Santiago Del Estero Province, Argentina
2000-04-23	-28.384	-62.943	609.8	6.1	Santiago Del Estero Province, Argentina
2000-05-04	-17.914	-178.522	515.8	6.5	Fiji Islands region
2000-05-08	-4.457	150.004	502.0	6.1	New Britain region, Papua New Guinea
2000-06-09	30.491	137.73	485.3	6.3	Southeast of Honshu, Japan
2000-06-14	-25.516	178.046	604.6	6.4	South of Fiji Islands
2000-08-07	-7.018	123.357	648.5	6.5	Banda Sea
2000-09-02	-20.073	-179.135	687.6	6.0	Fiji Islands region
2000-12-18	-21.178	-179.124	628.2	6.6	Fiji Islands region
2001-02-16	-7.161	117.488	521.0	6.1	Bali Sea
2001-05-26	-20.292	-177.842	406.5	6.4	Fiji Islands region
2001-09-12	-20.993	-179.109	608.1	6.5	Fiji Islands region
2001-11-05	-17.289	-179.251	564.1	6.3	Fiji Islands region
2002-01-02	-17.983	178.744	665.8	6.2	Fiji Islands
2002-06-28	43.752	130.666	566.0	7.3	Eastern Russia-Northeastern China border region
2002-06-30	-22.201	179.25	620.4	6.5	South of Fiji Islands
2002-08-02	29.28	138.97	426.1	6.3	Southeast of Honshu, Japan
2002-08-19	-21.696	-179.513	580.0	7.7	Fiji Islands region
2002-08-19	-23.884	178.495	675.4	7.7	South of Fiji Islands
2002-09-08	-22.836	178.933	618.8	6.0	South of Fiji Islands
2002-09-15	44.833	129.923	586.3	6.4	Eastern Russia-Northeastern China border region
2002-10-04	-20.991	-179.016	621.1	6.3	Fiji Islands region
2002-10-12	-8.295	-71.738	534.3	6.9	Western Brazil
2002-10-17	-19.842	-178.401	627.6	6.2	Fiji Islands region
2002-10-22	-20.633	-178.391	549.0	6.2	Fiji Islands region
2002-11-17	47.824	146.209	459.1	7.3	Sea of Okhotsk
2002-12-10	-24.139	179.24	530.6	6.1	South of Fiji Islands
2003-04-27	-8.195	-71.592	559.9	6.0	Western Brazil

附录 A 2000-2019 年地震事件列表

2003-05-19	-18.044	-178.67	563.8	6.0	Fiji Islands region
2003-05-26	6.761	123.707	565.8	6.9	Mindanao, Philippines
2003-06-20	-7.606	-71.722	558.1	7.1	Western Brazil
2003-07-01	4.529	122.511	635.4	6.0	Celebes Sea
2003-07-27	47.151	139.248	470.3	6.8	Primor'Ye, Russia
2003-08-28	-7.324	126.051	409.2	6.0	Banda Sea
2003-08-31	43.393	132.267	481.1	6.2	Primor'Ye, Russia
2003-10-15	-17.822	-178.704	582.6	6.0	Fiji Islands region
2004-01-11	-20.14	-179.154	673.1	6.0	Fiji Islands region
2004-07-15	-17.656	-178.76	565.5	7.1	Fiji Islands region
2004-07-25	-2.427	103.981	582.1	7.3	Southern Sumatra, Indonesia
2004-11-07	47.948	144.477	474.0	6.2	Sea of Okhotsk
2004-11-12	-26.705	-63.319	568.7	6.1	Santiago Del Estero Province, Argentina
2004-11-17	-20.068	-178.71	622.6	6.6	Fiji Islands region
2005-02-05	5.293	123.337	525.0	7.1	Mindanao, Philippines
2005-03-19	-21.893	-179.547	598.7	6.3	Fiji Islands region
2005-03-21	-24.983	-63.47	579.1	6.9	Salta Province, Argentina
2005-03-21	-24.725	-63.507	570.1	6.4	Salta Province, Argentina
2005-03-30	-22.459	-179.754	588.7	6.1	South of Fiji Islands
2005-05-20	-24.529	178.84	565.3	6.0	South of Fiji Islands
2005-09-04	3.004	123.073	443.9	6.0	Celebes Sea
2006-01-02	-19.926	-178.178	582.9	7.2	Fiji Islands region
2006-02-02	-17.747	-178.39	597.5	6.7	Fiji Islands region
2006-02-24	-17.995	-179.59	622.4	6.1	Fiji Islands region
2006-02-26	-23.607	-179.989	535.2	6.4	South of Fiji Islands
2006-06-02	-20.837	-178.701	591.6	6.0	Fiji Islands region
2006-06-09	-17.531	-178.747	564.4	6.1	Fiji Islands region
2006-06-27	-19.865	-178.287	569.9	6.3	Fiji Islands region
2006-09-09	-7.219	120.106	572.0	6.3	Flores Sea
2006-09-22	-26.868	-63.149	598.3	6.0	Santiago Del Estero Province, Argentina
2006-11-13	-26.052	-63.283	572.0	6.8	Santiago Del Estero Province, Argentina
2007-01-08	-18.58	-177.847	406.8	6.3	Fiji Islands region
2007-03-09	43.224	133.526	441.2	6.0	Primor'Ye, Russia
2007-04-21	-3.548	151.266	407.4	6.1	New Ireland region, Papua New Guinea
2007-05-06	-19.401	-179.354	676.4	6.5	Fiji Islands region
2007-05-06	-19.406	-179.315	688.0	6.1	Fiji Islands region
2007-07-21	-8.133	-71.272	644.9	6.1	Western Brazil
2007-09-25	-30.965	179.998	416.7	6.2	Kermadec Islands region
2007-10-05	-25.189	179.459	509.4	6.5	South of Fiji Islands
2007-10-16	-25.775	179.53	509.3	6.6	South of Fiji Islands
2007-11-19	-21.185	-178.752	558.3	6.3	Fiji Islands region

2008-01-15	-21.984	-179.535	597.6	6.5	Fiji Islands region
2008-04-18	-17.342	-179.022	553.8	6.3	Fiji Islands region
2008-07-03	-23.37	-179.778	581.2	6.2	South of Fiji Islands
2008-07-05	53.882	152.886	632.8	7.7	Sea of Okhotsk
2008-09-03	-26.736	-63.225	569.6	6.3	Santiago Del Estero Province, Argentina
2008-11-24	54.203	154.322	492.3	7.3	Sea of Okhotsk
2009-08-28	-7.146	123.427	642.4	6.9	Banda Sea
2009-10-04	6.74	123.378	620.0	6.6	Mindanao, Philippines
2009-10-07	4.079	122.371	574.0	6.8	Celebes Sea
2009-10-25	-23.091	-179.205	417.9	6.0	South of Fiji Islands
2009-11-09	-17.239	178.331	595.0	7.3	Fiji Islands
2009-11-22	-17.794	-178.425	522.6	6.4	Fiji Islands region
2009-11-22	-31.569	179.467	435.7	6.2	Kermadec Islands region
2009-12-10	53.417	152.756	656.2	6.3	Sea of Okhotsk
2010-02-18	42.587	130.703	577.7	6.9	Eastern Russia-Northeastern China border region
2010-03-08	19.348	144.743	427.0	6.1	Mariana Islands
2010-03-20	-3.361	152.245	414.6	6.6	New Ireland region, Papua New Guinea
2010-04-11	36.965	-3.542	609.8	6.3	Spain
2010-05-24	-8.087	-71.558	581.2	6.5	Western Brazil
2010-06-30	-23.307	179.116	581.4	6.4	South of Fiji Islands
2010-07-23	6.718	123.409	607.1	7.3	Mindanao, Philippines
2010-07-23	6.497	123.48	578.0	7.6	Mindanao, Philippines
2010-07-23	6.776	123.259	640.6	7.5	Mindanao, Philippines
2010-07-24	6.218	123.519	553.0	6.6	Mindanao, Philippines
2010-07-29	6.548	123.222	618.0	6.6	Mindanao, Philippines
2010-08-16	-20.799	-178.826	603.2	6.2	Fiji Islands region
2010-11-30	28.349	139.187	470.0	6.8	Bonin Islands
2010-12-28	-23.407	-179.802	551.0	6.3	South of the Fiji Islands
2011-01-01	-26.803	-63.136	576.8	7.0	Santiago Del Estero
2011-01-12	26.973	139.882	512.0	6.4	Bonin Islands, Japan region
2011-02-07	-7.154	155.184	415.0	6.4	Solomon Islands
2011-02-10	4.195	122.974	523.2	6.5	Celebes Sea
2011-02-10	4.077	123.039	525.0	6.6	Celebes Sea
2011-02-21	-26.142	178.394	558.1	6.5	South of Fiji Islands
2011-03-10	-6.873	116.72	510.6	6.5	Bali Sea
2011-04-03	-17.642	-178.585	551.7	6.4	Fiji Islands region
2011-07-29	-23.801	179.751	532.0	6.7	South of Fiji Islands
2011-08-19	-16.522	-177.004	407.9	6.2	Fiji Islands region
2011-08-30	-6.362	126.752	469.8	6.9	Banda Sea
2011-09-02	-28.398	-63.029	578.9	6.7	Santiago Del Estero Province, Argentina
2011-09-15	-21.611	-179.528	644.6	7.3	Fiji Islands region

附录 A 2000-2019 年地震事件列表

2011-10-27	-17.941	-179.531	602.9	6.0	Fiji Islands region
2011-11-22	-15.364	-65.09	549.9	6.6	Central Bolivia
2012-01-24	-24.977	178.52	580.3	6.3	South of Fiji Islands
2012-03-05	-28.246	-63.294	553.9	6.1	Santiago Del Estero Province, Argentina
2012-05-26	26.91	140.055	487.4	6.0	Bonin Islands, Japan region
2012-05-28	-28.043	-63.094	586.9	6.7	Santiago Del Estero Province, Argentina
2012-08-14	49.8	145.064	583.2	7.7	Sea of Okhotsk
2013-02-22	-27.932	-63.097	575.2	6.1	Santiago Del Estero Province, Argentina
2013-04-05	42.736	131.003	563.3	6.3	Eastern Russia-Northeastern China border region
2013-04-21	29.933	138.887	421.9	6.1	Southeast of Honshu, Japan
2013-05-14	18.728	145.288	602.2	6.8	40km W of Agrihan
2013-05-24	52.235	151.444	624.0	6.7	Sea of Okhotsk
2013-08-28	-27.7829	179.6335	478.0	6.2	Kermadec Islands region
2013-09-04	29.9377	138.8325	402.0	6.5	Southeast of Honshu, Japan
2013-09-21	-7.3308	120.0106	549.9	6.1	Flores Sea
2013-10-01	53.1995	152.7864	573.0	6.7	Sea of Okhotsk
2013-11-19	18.4753	145.2041	511.0	6.0	Mariana Islands
2014-03-05	-14.7378	169.8234	638.0	6.3	Vanuatu Islands
2014-03-26	-26.1692	179.2877	495.0	6.3	South of Fiji Islands
2014-05-04	-24.6108	179.0856	527.0	6.6	South of Fiji Islands
2014-05-04	-25.8072	178.2401	634.2	6.3	South of Fiji Islands
2014-06-30	28.3404	138.8441	511.0	6.2	Bonin Islands, Japan region
2014-07-21	-19.8015	-178.4001	615.4	6.9	Fiji Islands region
2014-11-01	-19.6903	-177.7587	434.0	7.1	Fiji Islands region
2014-12-02	6.1572	123.1261	614.0	6.6	Mindanao, Philippines
2014-12-30	-20.3263	-178.5639	599.3	6.0	Fiji Islands region
2015-01-28	-20.9665	-178.3032	484.1	6.2	Fiji Islands region
2015-02-27	-7.2968	122.5348	552.1	7.0	Flores Sea
2015-04-28	-20.8865	-178.6329	581.0	6.1	Fiji Islands region
2015-05-30	27.8386	140.4931	664.0	7.8	Bonin Islands, Japan region
2015-06-21	-20.4307	-178.3276	562.6	6.0	Fiji Islands region
2015-06-23	27.7375	139.7254	460.0	6.5	Bonin Islands, Japan region
2015-09-07	-24.2427	179.1278	535.0	6.0	South of Fiji Islands
2015-11-24	18.7787	145.2659	586.9	6.0	Mariana Islands
2015-11-24	-10.5372	-70.9437	606.2	7.6	Peru-Brazil border region
2015-11-24	-10.0598	-71.0184	620.6	7.6	Peru-Brazil border region
2015-11-26	-9.1825	-71.2574	602.8	6.7	Peru-Brazil border region
2016-01-14	-19.7597	-63.3288	582.6	6.1	Southern Bolivia
2016-05-27	-20.8101	-178.6481	567.5	6.4	Fiji Islands region
2016-05-28	-21.9724	-178.2038	405.7	6.9	Fiji Islands region
2016-06-05	-4.587	125.6264	429.6	6.3	Banda Sea

2016-08-04	24.9447	142.0141	510.0	6.3	Volcano Islands, Japan region
2016-08-23	-7.2872	122.4345	533.0	6.0	Flores Sea
2016-08-31	-3.6849	152.7915	476.0	6.8	New Ireland region, Papua New Guinea
2016-09-24	-19.7819	-178.2443	596.4	6.9	Fiji Islands region
2016-10-15	-4.2735	150.3606	442.0	6.3	New Britain region, Papua New Guinea
2016-10-19	-4.8626	108.1627	614.0	6.6	Java Sea
2016-12-05	-7.3158	123.3802	526.0	6.3	Banda Sea
2016-12-18	-9.9738	-70.9698	612.0	6.4	Peru-Brazil border region
2017-01-02	-23.2513	179.2383	551.6	6.3	South of Fiji Islands
2017-01-10	4.4782	122.6171	627.2	7.3	Celebes Sea
2017-02-21	-19.2814	-63.9047	596.0	6.5	Southern Bolivia
2017-02-24	-23.2593	-178.8036	414.5	6.9	South of Fiji Islands
2017-04-18	-18.0877	-178.369	628.0	6.0	Fiji Islands region
2017-05-20	9.3818	123.9537	533.0	6.0	Negros, Philippines
2017-06-17	-24.0927	179.6041	511.0	6.1	South of Fiji Islands
2017-06-29	-31.1253	179.9257	404.8	6.0	Kermadec Islands region
2017-08-19	-17.9609	-178.8406	544.0	6.4	Fiji Islands region
2017-09-07	27.7829	139.8041	451.0	6.1	Bonin Islands, Japan region
2017-10-24	-7.2168	123.0735	553.8	6.7	Banda Sea
2018-02-09	-17.8709	-178.6605	556.9	6.0	Fiji Islands region
2018-04-02	-20.6588	-63.0058	559.0	6.8	Southern Bolivia
2018-07-28	-7.1039	122.7263	578.2	6.0	Flores Sea
2018-08-17	-7.3718	119.8017	529.0	6.5	Flores Sea
2018-08-24	-11.0355	-70.8284	630.0	7.1	Peru-Brazil border region
2018-09-06	-18.4743	179.3502	670.8	7.9	Fiji Islands
2018-09-16	-25.415	178.1991	576.0	6.5	South of Fiji Islands
2018-09-30	-18.3604	-178.0633	550.0	6.7	Fiji Islands region
2018-10-13	52.8549	153.2429	461.0	6.7	Northwest of Kuril Islands
2018-11-02	47.8334	146.6972	433.0	6.0	Northwest of Kuril Islands
2018-11-04	7.7599	123.867	600.7	6.0	Mindanao, Philippines
2018-11-18	-17.8735	-178.9273	540.0	6.8	Fiji Islands region
2019-01-05	-8.144	-71.587	570.4	6.8	Western Brazil
2019-01-26	-21.0475	-178.9592	588.0	6.2	Fiji Islands region
2019-03-10	-17.8915	-178.6034	578.2	6.2	Fiji Islands region
2019-04-06	-6.8285	125.0416	539.0	6.3	Banda Sea
2019-06-04	29.0708	139.3027	422.0	6.4	Southeast of Honshu, Japan
2019-06-28	19.8856	144.4063	410.0	6.4	Mariana Islands

致谢

数据处理部分以及图片的绘制使用了 SAC (Goldstein et al. 2003)、GMT (Wessel et al. 2013) 和 ObsPy (Beyreuther et al. 2010)。地震事件及地震记录通过 FDSN 数据服务及 IRIS 数据中心进行获取。感谢赵里教授对本工作的整体规划和悉心指导, 对论文内容提出的宝贵修改建议。感谢宋晓东教授在 2019 年暑期阶段对我的指点, 在多次讨论中与我分享研究地球深部结构的思路与感悟。

都说四年本科时光如白驹过隙, 但其实这也是一段漫长的旅途。的确, 本科四年经历了许多事情, 也迈出了许多“第一步”: 成长的过程, 或许就是不断踏出新的世界。这个“世界”, 与所谓客观的世界并不相同: 客观世界永远都在那里, 有些领域是我们从幼时就熟悉的, 而另一些领域是我们从未领略的。此处的“世界”, 是与人的思考和体悟相结合的“世界”, 是独一无二的“世界”, 是只有通过迈出新的步伐才能得以扩充的“世界”。我理想中的“世界”, 绝对不应该是圆形的区域。它应有着蜿蜒崎岖的边界, 象征着不断走出舒适区的一种探索精神; 同时, 它应还有一个有着绝对纵深的领域, 代表着在一个方向不断前进的钻研精神。多点绽放, 或许会不够现实, 或许会最终流于浅薄; 但生活若只有一个领域, 又会失去不少奇丽的沿途风光。“度”的概念, 充满了东方的智慧; 把握生活的“度”, 这应是我在人生下一个重要阶段去慢慢感悟的哲学。

2019 年的暑期到现在, 这段时间是我在本科四年中最难忘的。19 年暑期赵老师举办的“全波形反演讲习班”, 帮助我在理论和技术两个方面都得到了充实的进步。讲习班期间, 特别感谢王易师兄和甘礼有师兄的手把手指导。SPECFEM3D、AxiSEM 和 MC Kernel 这些软件的安装, 最考验我的地方就是需要保持耐心与冷静: 各种库文件、编译器、makefile 等等, 有很多都是第一次接触的内容。两位师兄的细心帮助引导我去理解其中的参数设置和原理, 督促我去阅读关键的源代码, 进而根据自己的需求进行修改。在此之后, 安装其它新软件的过程变得简单许多: 能够快速解决 AxiSEM3D 的各种安装和使用问题, 我想就是其中一个最好的例子。

在科研期间, 赵老师和宋老师给予我许多鼓励与支持。虽有升学申请的压力, 但每次与两位教授进行讨论之后, 心情便会平和、沉稳许多, 工作也更加明确、有方向。进行科学研究, 理论知识固然是重要的, 不过科学的直觉与思维有时是起决定性作用的。每次与两位教授交流, 都会在看待问题的角度、方式与思路上受益良多: 如何把问题拆分成更小的部分, 如何去验证某个思路是否可靠, 如何去呈现和表述自己的研究成果..... 本科四年, 我是尤其幸运的: 努力的付出都在未来的某一时刻让自己真切感受到了收获、回报与成长。

在组内学习、工作、生活两年有余, 正是身边有着诸多优秀的同行者, 才能让自己

不断向更高的目标奋斗。感谢魏芝师姐详细讲解 SAC、GMT 等软件的应用，打开了研究之路的大门，同时还在申请期间提供了许多关于简历、邮件内容方面的建议。感谢王易师兄推荐的诸多科普网站与经典书籍，以及在全波形反演、谱元法等理论和技术方面给予的指导。感谢苏培臻、许午川、江欣余三位师兄平日里分享的关于“上一届”的经历、感悟与课程评价。感谢作为同组成员、同班同学的孙景南，以及还作为室友的祝奇文，关于每周地物报告会、课程内容、研究内容的讨论总能激发出许多新的想法与感悟，班级聚餐、轰趴活动的奇闻趣事仍然历历在目。

2020 年的春季，我们见证了许多历史，也要面对许多新的挑战。在家办公学习便是其中之一，毕竟想要在相对舒适安逸的环境中去模拟校园生活，需要克服更多心中的躁动。不过这也带来了不一样的喜悦，画出崭新的图表可以及时与父母分享，同时也有了更多和父母交流想法、讨论时事、分享知识的契机。

又回想起 19 年夏天，在云英语机构认识的慧珉学姐说过的一句话：其实不用去想未来，做好当下的事情，也许前路就慢慢出现在你的脚下。

茫茫人海中，遇见愿意聆听、指点和激励自己的恩师和同伴，是我最大的幸运。

2020 年 6 月 3 日